

ミクロ経済学中級 Ib (2012 fall) 最終講義のまとめ

Takako Fujiwara-Greve

Vickrey-Clarke-Groves Mechanism

公共財供給における Free Rider 問題の一つの解決策

2009 年度ハンドアウトを見ておくこと！

- n 人の人たちで、ある公共プロジェクトを行うかどうかを決める
- プロジェクトのコストを $C \geq 0$ とする
- 帰結の集合 $A = \{(x, \{m_i\}_{i=1}^n) \mid x \in \{0, 1\}, m_i \in \mathcal{R} \ \forall i\}$
 $x \in \{0, 1\}$: プロジェクトをやるかやらないか
 $m_i \in \mathcal{R}$: 個人 i による支払い (受け取り) 金額
- 各個人は $u_i = \theta_i x - m_i$ という形の準線形効用関数を持つ
 θ_i : プロジェクトから得られる個人 i の gross benefit
このパラメータさえ決まれば効用関数が決まるので、social choice function はパラメータの組み合わせ \mathcal{R}^n を定義域としてよい

- 効率性： $x(\theta_1, \dots, \theta_n) = 1 \iff \sum_{i=1}^n \theta_i \geq C$

真実の gross benefit の合計がプロジェクトのコストを上回るときだけ行われる

- 効率かつ strategy-proof なメカニズムがある！

Groves (1973) “Incentives in Teams” *Econometrica*

Groves Mechanism

任意の $a = (a_1, a_2, \dots, a_n) \in \mathbb{R}^n$ について $f^G(a) = (x(a), m(a))$ を以下のような関数とする。

$$x(a) = 1 \iff \sum_{i=1}^n a_i \geq C$$

$$m_i(a) = x(a)(C - \sum_{j \neq i} a_j) + h_i(a_{-i}) \quad \forall i = 1, 2, \dots, n$$

for some $h_i : \mathbb{R}^{n-1} \rightarrow \mathbb{R}$

各人は gross benefit $a_i \in \mathbb{R}$ (必ずしも θ_i でなくてもよい) を表明し、合計がコストをカバーするときだけプロジェクトを行う。

支払いは、他者の表明金額に応じて決まる

定理：Groves mechanism $f^G : \mathcal{R}^n \rightarrow A$ は strategy-proof である。

マッチング問題いろいろ

- Matching (Marriage) Problem

2 populations, one-to-one matching

Gale-Shapley のアルゴリズム：安定かつ G_i -optimal な assignment を与える

しかし安定な配分を与え、かつ戦略的操作不可能なメカニズムは存在しない (Roth, Math. of OR, 1982)

- Roommate Problem

1 population, one-to-one matching (グループ間でマッチするという制約をはずした)

$2N$ 人の学生を N の 2 人部屋に配分する

コア、安定な配分はない場合がある (Gale-Shapley, 1962)

(status quo から始めて、Pareto 改善するアルゴリズムを探す、などあり。)

- Housing Market (Shapley-Scarf, J Math. Econ. 1974)

1 population, 各自 1 つの財を持っていて全体として交換
(one-to-one trade をはずした)

コアは非空 (Shapley-Scarf, J Math. Econ. 1974)

厳密な選好のみ：

strict core が一意に存在 (Roth-Postlewaite, J Math. Econ.,
1977)

Top Trading Cycle というメカニズムは戦略的操作不可能かつコ
ア内の配分を与える (Roth, Econ. Letters, 1982)

Top Trading Cycle

N 人がそれぞれ「家」を一つずつ持っている。

すべての家について各人が選好順序を持っている。(強い選好のみを仮定)

1. $N_1 = N$ 人が最も好む家を一つ「指差す」

有向グラフ： i が j の持っている家を指す「矢印」を集めたもの
もし「サイクル」があったら、その人たちで家を(矢印の逆向きに)交換し、プロセスから彼らとその家が退場する。

2. 残った N_2 人がその中で最も好む家を「指差す」

もし「サイクル」があったら、その人たちで家を交換し、プロセスから彼らとその家が退場する。

... これを繰り返すと有限人なのでかならず止まる。

- サイクルのリストができる
- 結果の配分は strict core の配分
- 真の選好を表明するのが支配戦略
- 早く退場する方が高いように価格を設定すると、結果の配分は競争配分

- College Admission Problem

2 populations, many-to-one matching

G_c -optimal な assignment より、College 全てがもっと好むような assignment がある場合がある。(Roth, JET 1985)

(colleges は outcome 上に選好を持つので、Marriage problem と完全にパラレルではない)

オークションとの関係

- Vickrey (J. Finance, 1961): Second-price sealed-bid auction は戦略的操作不可能かつ効率的に配分する (最も valuation が高い買い手が勝つ)
- Holmstrom (Ecta, 1979): 戦略的操作不可能、効率的なオークションメカニズムは Second-price sealed-bid auction のみ
- 所得効果の存在 (坂井 Economic Theory, 2008)、効率性でなく匿名性 (Ashlagi-Serizawa, SCW, 2012)、でも Second-price sealed-bid auction のみ

まとめ

- 競争市場の性質：均衡の存在、厚生経済学の第1、第2基本定理
コアと競争配分の関係
- マッチング理論
- 社会的選択理論
- メカニズムデザイン

期末試験について

- A4サイズの紙1枚のみ持ち込み可。表裏ともに何を書いてきてもいいが、切り貼りしたものは不可。コピー可。
定義と定理の主張、意義、論理をまとめよう！
- 計算より、論理を一步一步丁寧に書けるように。時間はたっぷりあります。
- 私の特徴：講義はハイレベルですが、三田の科目の試験の採点はそこまで厳しくはない。せっかく受講したのだから、あきらめず試験を受けるよう努力しよう！
- 質問はメールまたはメールでアポをとって研究室へ。件名に『ミクロ中級受講者』と明記。