

2017年度 ミクロ経済学中級Ib 第2回演習(自宅学習用)

Takako Fujiwara-Greve

- 次回、各自レポートとして提出して下さい。
紙は何でもいいですが、学籍番号、学部、学年、組、氏名を明記して下さい。表紙は必要ありません。
- 院生の方は採点して、成績に加味します。学部生の方は出席となります。白紙は出席とは見なしません。
- 講義で配布した問題に、学校は学生の集合とマッチすることがあることをもう少し丁寧に書きました。問題そのものは変わりません。

many-to-one matching のケースとして、学生と学校のマッチングを考える。各学校は各学生について選好順序を持つだけでなく、複数の学生を受け入れるので、学生の集合間でも選好を持つとしないと、マッチングの比較ができない。例えば2名を受け入れるとき、{1位、5位}という集合と{2位、3位}の集合が比較できなければ決められない。そこで、以下の responsive preference という仮定だけ追加する。

学校 (colleges) のような複数の相手と組めるものの集団を C 、学生 (students) のように一つの相手だけと組めるものの集団を S とする。 C の各要素 c_i には quota があり、 q_i 人受け入れなくてはならないとする。(以下 C 、 S ともに有限とする。)

Def. (Many-to-one-matching のときの) outcome とは対応 $x : C \cup S \rightarrow C \cup S \cup \{\emptyset\}$ で、 $|x(s)| = 1$ for all $s \in S$, $|x(c_i)| = q_i$ for all $c_i \in C$ 、かつ

$$\forall c \in C, \forall s \in S, x(s) = c \iff s \in x(c)$$

を満たすものである。

Def. 学校 $c \in C$ が responsive preferences を持つとは、 c が得られる集合 $y(c) \subset S$ が、別な集合 $x(c) \subset S$ の要素 $s_j \in S$ または \emptyset を $s_k \succ_c s_j$ (または $s_k \succ_c \emptyset$) となる $s_k \in S$ に置き換えて作ったものならば、必ず $y(c) \succ_c x(c)$ となるということ。

(例えば、集合 {2位、3位} は {2位、4位} より厳密に選好されることになる。)

3学校 c_1, c_2, c_3 、4学生 s_1, s_2, s_3, s_4 のマッチング問題を考える。 $q_1 = 2, q_2 = q_3 = 1$ とする。各主体は相手の集団の個別主体について以下の強い選好順序 (一番上が最も好む相手) を持っているとし、さらに各学校は responsive preferences を持っているとする。

	c_1	c_2	c_3	s_1	s_2	s_3	s_4
s_1	s_1	s_1	s_3	c_3	c_2	c_1	c_1
s_2	s_2	s_2	s_1	c_1	c_1	c_3	c_2
s_3	s_3	s_3	s_2	c_2	c_3	c_2	c_3
s_4	s_4	s_4	s_4	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset
\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset				

1. Gale-Shapley のアルゴリズム (Deferred Acceptance Mechanism) を応用して、学校が学生にオファーするルールによって求まる、学校最適かつ安定な outcome x を求めなさい。
2. Gale-Shapley のアルゴリズム (Deferred Acceptance Mechanism) は当局が各学校と学生から選好順序をもらって計算する方式だったとする。このとき、学校 c_1 がうそをついて、

$$s_2 \succ_{c_1} s_4 \succ_{c_1} s_1 \succ_{c_1} s_3 \succ_{c_1} \emptyset$$

という順序を提出したときの Gale-Shapley のアルゴリズム (Deferred Acceptance Mechanism) による outcome y を求めなさい。(他の学校と学生は当初の真の選好順序を提出するとする。)

3. y が1番で求めた学校最適かつ安定な outcome x と比べて全ての $c \in C$ によって (真の選好順序で) 好まれることを確認しなさい。