2020年度　ミクロ経済学初級II 期末試験(90分、オンライン)

経済学部 藤原グレーヴァ香子担当クラス

- 注意：この年はオンライン試験であったので例年とは出題傾向が違います。

1. 1生産者、1消費者だけがいる経済を考える。それぞれプライステイカーであるとする。財は２つで第1財、第2財とする。第1財の価格を基準化し、価格ベクトルは $\mathbf{p} = (1, p)$ とする。生産者の技術は、以下の生産集合で表されるとする。[1]

$$Y = \{(y_1, y_2) \in \mathbb{R}_- \times \mathbb{R}_+ \mid y_2 - \sqrt{2(-y_1)} \leqq 0\}$$

消費者の初期保有ベクトルは $\boldsymbol{\omega} = (40, 0)$ で、この生産者を100% 保有している。消費者は第1財を x_1 単位、第2財を x_2 単位消費したとき、以下の効用を得るとする。

$$u(x_1, x_2) = (x_1)^2 \cdot x_2$$

(a) $z_1 := -y_1$ として、利潤を最大化する生産者の目的関数を z_1 と p の関数として書きなさい。

(b) 生産者の利潤が最大になる生産計画 (y_1^*, y_2^*) およびそのときの利潤 Π^* を p の関数として求めなさい。途中点があるので計算の過程も書きなさい。

(c) 消費者の予算制約式を等号で書きなさい。

(d) 消費者の効用を最大にするような需要量の組み合わせ (x_1^*, x_2^*) を p の関数として求めなさい。途中点があるので計算の過程も書きなさい。

(e) この経済の競争均衡価格ベクトル $\mathbf{p}^* = (1, p^*)$ を求めなさい。途中点があるので計算の過程も書きなさい。

2. あなたの学籍番号の下一桁（最後の数字）を n とする。

(例、学籍番号 21001234 の慶應太郎君は $n = 4$ である。)

２企業（企業1、2とする）だけが供給している複占市場を考える。企業1の生産量を q_1、企業2の生産量を q_2 とすると、これらの合計を売り切るための1単位あたりの価格（市場逆需要関数）は

$$P(q_1, q_2) = A - (n+1)(q_1 + q_2)$$

であるとする。（この市場では価格差別はできないとし、線形一律価格である。）A は100以上の大きな数であるとする。

企業1が q_1 単位生産するときの総費用は $TC_1(q_1) = c_1 \cdot q_1$、企業2が q_2 単位生産するときの総費用は $TC_2(q_2) = c_2 \cdot q_2$ であり、c_1 と c_2 は正で A より十分小さい数であると仮定する。以上のデータは両企業とも知っている。

(a) （配点なし）確認のため、あなたの n を具体的に書きなさい。以下すべてその数字を使用して答えること。（つまり n という文字は答えには出て来ない。）

(b) 企業1の利潤を q_1 と q_2 の関数として書きなさい。（パラメターは A, c_1, c_2。以下同じ。）

(c) 企業2の利潤を q_2 と q_1 の関数として書きなさい。

[1] $\mathbb{R}_-$ は非正の実数の集合で、$\mathbb{R}_+$ は非負の実数の集合である。

(d) 企業 $i (i \in \{1,2\})$ の視点で考えて、ライバルの j 社（$j \neq i$）が q_j 単位生産すると想定したときに自社の利潤を最大にする生産量、すなわち q_j に対する最適反応（反応曲線）の式 $BR_i(q_j)$ を $i = 1, 2$ それぞれについて書きなさい。

(e) 企業 2 は社長の意向で、企業 1 の生産量を見た後で生産することにした。これを企業 1 も知ったとする。このとき、先手となった企業 1 の利潤を最大にする生産量 q_1^S と、後手となった企業 2 の利潤を最大にする生産量 q_2^S（すなわち企業 1 を先導者とするシュタッケルベルク均衡の生産量の組み合わせ）を求めなさい。途中の計算がないものは 0 点とする。

3. 以下の問いに全て答えなさい。「証明」であるから、論理的に書かれていないと得点はない。定義を正しく使用していることがわかるように書くこと。

(a) 起こりうる社会状態は $1, 2, \ldots, K$ であり、それらに対応した帰結を $x_1, x_2, \ldots, x_K$ とする。このとき、くじの集合 L とは帰結の集合 $\{x_1, \ldots, x_K\}$ 上の確率分布の集合であり

$$L = \{\mathbf{p} \,|\, \mathbf{p} = (p_1, p_2, \ldots, p_K),\ p_k \geqq 0,\ \text{for all } k = 1, 2, \ldots, K,\ \text{and } \sum_{k=1}^{K} p_k = 1\}$$

と表せる。講義において、くじの集合 L 上の i さんの選好関係 $\succsim_i$ がいくつかの性質を満たすならば以下のような意味で、$\underline{\succsim_i \text{ を表現する}}$ von Neumann-Morgenstern 型効用関数 $u_i : \{x_1, \ldots, x_K\} \to \mathbb{R}$ が存在することを説明した。

定義： u_i が $\succsim_i$ を表現するとは、任意の 2 つのくじ $\mathbf{p}, \mathbf{q} \in L$ について

$$\mathbf{p} \succsim_i \mathbf{q} \iff \sum_{k=1}^{K} p_k \cdot u_i(x_k) \geqq \sum_{k=1}^{K} q_k \cdot u_i(x_k)$$

となることである。

さて、$\succsim_i$ を表現する $u_i : \{x_1, \ldots, x_K\} \to \mathbb{R}$ が一つ存在するとき、任意の正の実数 $\alpha > 0$ と任意の実数 β をとり、新しい関数 $v_i : \{x_1, \ldots, x_K\} \to \mathbb{R}$ を

$$v_i(x_k) = \alpha \cdot u_i(x_k) + \beta, \quad \text{for each } x_k \in \{x_1, \ldots, x_K\}$$

で定義すると v_i も $\succsim_i$ を表現することを証明しなさい。（難しかったら $K = 2$ でやってもよい。）

(b) 3 人の投票者 A, B, C がいる社会を考える。社会的選択対象の集合を X とし、X は 3 つ以上の要素を持つとする。X 上の弱順序（完備性と推移性を満たす順序）全体の集合を $\mathcal{R}$ と書く。
このとき、社会的選好は常に A さんの選好で決まるという独裁制ルールを考える。これは、任意の $(\succsim_A, \succsim_B, \succsim_C) \in \mathcal{R} \times \mathcal{R} \times \mathcal{R}$ について

$$f^*(\succsim_A, \succsim_B, \succsim_C) = \succsim_A$$

となる社会的厚生関数 f^* である。
f^* が IIA（無関係な選択対象からの独立性）を満たすことをなるべく厳密に証明しなさい。

（以上）