2017年度　ミクロ経済学初級II 第3回演習解答

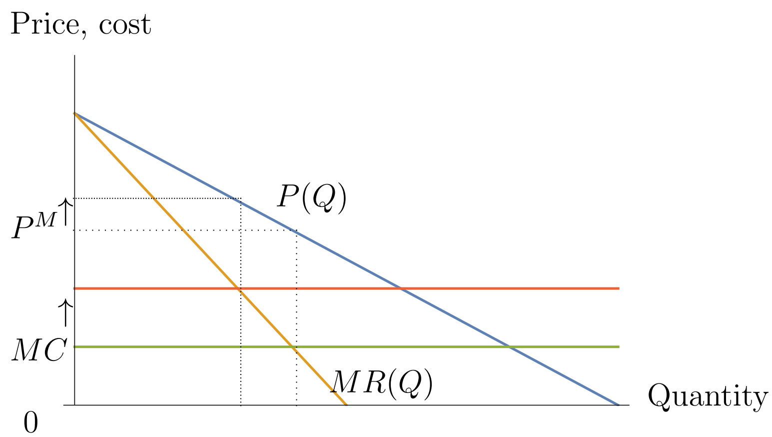
Takako Fujiwara-Greve

1. (a) $Q = A - B \cdot p$ の逆関数を作ればよいので、$P = (A - Q)/B$ が逆需要関数である。

   (b) 総収入は
$$TR(Q) = P \cdot Q = \frac{(A-Q)Q}{B},$$
限界収入はこれを Q で微分して
$$MR(Q) = TR'(Q) = \frac{A}{B} - 2\frac{Q}{B}.$$

   (c) 利潤は
$$\Pi(Q) = TR(Q) - TC(Q) = \frac{(A-Q)Q}{B} - c \cdot Q$$
である。まず一階の条件を見ると
$$\Pi'(Q) = MR(Q) - MC(Q) = 0 \iff \frac{A}{B} - 2\frac{Q}{B} = c \iff Q^M = \frac{A - Bc}{2}.$$
しかも $\Pi'(Q)$ は Q の減少関数であることもわかったので、一階の条件を満たす上記の Q^M で利潤は最大になっている。独占価格は Q^M を逆需要関数に代入して
$$P^M = \frac{A + Bc}{2B}.$$
利潤は
$$\Pi(\frac{A-Bc}{2}) = \frac{(A-Bc)^2}{4B}.$$

   (d) (c) より生産量、独占価格、利潤は全て A の増加関数である。つまり需要関数が上にシフトするとこれら全ては増える。生産量と利潤は c の減少関数であり、独占価格は c の増加関数である。独占企業の限界費用が高まると、価格に上乗せされるが、それでも全部は上乗せできず、生産量の減少と利潤の減少を招くということである。下図参照。



2. 価格差別は将来役に立つので理解しよう！

(a) 講義でやったように図を描いて、非常に高い価格から始めて需要関数を合計する方法がわかりやすい。 価格が 1400 円を超えると誰も買わない。1400 円以下で 500 円より高いと社会人だけ買う。500 円以下になると両方の層が買う。ゆえに総需要関数は

$$D(p) = \begin{cases} D^w(p) = 1400 - p & \text{if } 500 \leqq p \leqq 1400 \\ D^w(p) + D^s(p) = 2400 - 3p & \text{if } 0 \leqq p \leqq 500. \end{cases}$$

これの逆関数が逆需要関数である。区切りは $1400 - 500 = 900$ 単位のところである。最初の 900 個までは社会人のみの「最大限支払ってもいい金額」であるということ。900 個を超えると $2400 - 3p = Q$ の逆関数となる。

$$P(Q) = \begin{cases} 1400 - Q & \text{if } 0 \leqq Q \leqq 900 \\ 800 - \frac{1}{3}Q & \text{if } 900 \leqq Q \leqq 2400. \end{cases}$$

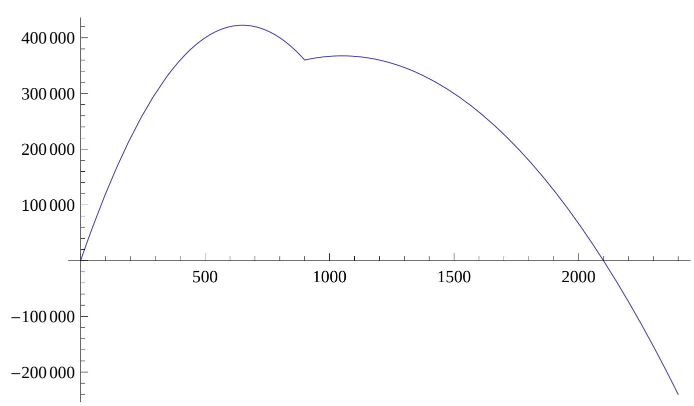
(b) 利潤も場合分けして考える。

$$\Pi(Q) = \begin{cases} (1400 - Q)Q - 100 \cdot Q & \text{if } 0 \leqq Q \leqq 900 \\ (800 - \frac{1}{3}Q)Q - 100 \cdot Q & \text{if } 900 \leqq Q \leqq 2400. \end{cases}$$

これを Q で微分して

$$\Pi'(Q) = \begin{cases} 1300 - 2Q & \text{if } 0 \leqq Q \leqq 900 \\ 700 - \frac{2}{3}Q & \text{if } 900 \leqq Q \leqq 2400. \end{cases}$$

いずれも Q の減少関数なので 1 階の条件で極大値を取る。（下図参照。）$0 \leqq Q \leqq 900$ の範囲では $Q^* = 650$ のところで極大となり、利潤は $\Pi(650) = 422,500$ 円。
$900 \leqq Q \leqq 2400$ の範囲では $Q^{**} = 1050$ で極大となり、 利潤は $\Pi(1050) = 367,500$ 円。
これらを比較すると最大値を与えるのは $Q^* = 650$ の方である。このときの価格は $P(650) = 750$ 円。



(c) 学生だけの市場では逆需要関数は

$$p_s(q_s) = \frac{1}{2}(1000 - q_s)$$

総収入は

$$TR_s(q_s) = \frac{1}{2}(1000 - q_s)q_s$$

限界収入は

$$MR_s(q_s) = 500 - q_s$$

なので、MR = MC をすると

$$500 - q_s = 100 \iff q_s = 400$$

となる。このとき学生価格は $p_s(400) = \frac{1}{2}(1000 - 400) = 300$ 円、利潤は $(300 - 100)400 = 80,000$ 円。
さて、社会人価格の計算は (b) の $0 \leqq Q \leqq 900$ の範囲でやったのと同じになる。したがって、$q_w = 650$ より、 $p_w = 1400 - 650 = 750$ 円となり、社会人市場からの利潤は $422,500$ 円である。
二つの市場からの利潤の合計と (b) の一律価格のときの利潤の比較：足し算をするまでもなく、学生に別の価格で売ることで正の利潤を得ることがわかると、(b) では社会人にしか売っていないからその時点で第三価格差別をした方が利潤が高くなることがわかる。

3. (a) 企業 1 の最適反応（反応曲線）は利潤 $\Pi_1(q_1, q_2) = \{150 - (q_1 + q_2)\}q_1 - c_1 \cdot q_1$ を q_2 を定数と見なして最大化して求める。$\Pi_1(q_1, q_2)$ は q_1 に関して上に凸な関数であるから一階の条件でよい。

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = 150 - q_2 - c_1 - 2q_1 = 0 \iff q_1 = \frac{1}{2}(150 - q_2 - c_1).$$

同様に企業 2 の利潤は $\Pi_2(q_2, q_1) = \{150 - (q_1 + q_2)\}q_2 - c_2 \cdot q_2$ であるから、

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} = 150 - q_1 - c_2 - 2q_2 = 0 \iff q_2 = \frac{1}{2}(150 - q_1 - c_2).$$

これらを連立して解くと、クールノー均衡が求まる。

$$q_1^* = \frac{1}{3}(150 - 2c_1 + c_2), \quad q_2^* = \frac{1}{3}(150 + c_1 - 2c_2).$$

均衡利潤を求めるには市場価格を出して

$$P(q_1^*, q_2^*) = 150 - \frac{1}{3}(150 - 2c_1 + c_2 + 150 + c_1 - 2c_2) = \frac{1}{3}(150 + c_1 + c_2).$$

企業 1 の均衡利潤は

$$\Pi_1(q_1^*, q_2^*) = \{\frac{1}{3}(150 + c_1 + c_2) - c_1\}\frac{1}{3}(150 - 2c_1 + c_2) = \frac{1}{9}(150 - 2c_1 + c_2)^2$$

企業 2 の均衡利潤は

$$\Pi_2(q_1^*, q_2^*) = \{\frac{1}{3}(150 + c_1 + c_2) - c_2\}\frac{1}{3}(150 + c_1 - 2c_2) = \frac{1}{9}(150 + c_1 - 2c_2)^2.$$

(b) (a) の分析から企業 1 の均衡利潤は

$$\frac{1}{9}(150 - c_2 - 2\Delta)^2$$

企業 2 の均衡利潤は

$$\frac{1}{9}(150 - c_2 + \Delta)^2$$

となり、$\Delta > 0$ より限界費用が低い企業 2 の方が同じ製品を作っていても均衡利潤が高いことがわかる。

4. $E[X] = 0.5 \cdot 1400 + 0.5 \cdot 800 = 1100$、
   $E[Y] = 0.5 \cdot 800 + 0.5 \cdot 1400 = 1100$。
   分散の定義を変形して $\sigma_X^2 = E[X^2] - \{E[X]\}^2$ で求めるとすると、
   $\sigma_X^2 = E[X^2] - \{E[X]\}^2 = 0.5 \cdot (1400)^2 + 0.5 \cdot (800)^2 - (1100)^2 = 90000$、
   $\sigma_Y^2 = E[Y^2] - \{E[Y]\}^2 = 0.5 \cdot (800)^2 + 0.5 \cdot (1400)^2 - (1100)^2 = 90000.$

5. 共分散を求める時気をつけるのは、XY という確率変数は寒い時も暖かいときも (1400·800) の値をとるということである。丁寧に書くと

   $$Cov(X,Y) = E[XY] - E[X] \cdot E[Y] = 0.5 \cdot (1400 \cdot 800) + 0.5 \cdot (800 \cdot 1400) - (1100)^2 = -90000.$$

6. 相関係数は

   $$\rho_{XY} = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \cdot \sigma_Y} = \frac{-90000}{\sqrt{90000} \cdot \sqrt{90000}} = -1.$$

   要するにこの 2 つの株価は完全に反対方向に動いているということである。