2009年度　ミクロ経済学中級b第2回演習(30分)

グレーヴァ香子担当クラス

定義等についてノートを見ていいですが、お友達と相談せず、自力でやりましょう。
白紙は出席とはみなしません。

1. $N=2$ の社会で、個人の選好はすべて線形順序 $\succ$ であるとする。(任意の $x,y \in A$ について、$x \succsim_i y$ かつ $y \succsim_i x$ ならば $x=y$ となるような選好。)

   このとき、$|A| \geqq 3$、弱 Pareto 条件、IIA、非独裁性を満たす社会的厚生関数 f が存在するとする。社会的選好は R とか I で表す。(注：xIy とは xRy かつ yRx ということ。)

   (a) ある $x \neq y$ と $(\succ_1, \succ_2)$ について、$x \succ_1 y$, $y \succ_2 x$ かつ xIy であるとする。
   また、$x \succ_1'' z \succ_1'' y$ かつ $y \succ_2'' x \succ_2'' z$ となる $(\succ_1'', \succ_2'')$ をとる。
   このとき $yP''z$ となることを証明しなさい。(ただし、P'' は $(\succ_1'', \succ_2'')$ に基づいた社会の選好で強い選好を表す。)

   (b) 個人 i が、ある順序対 (x,y) について winning であるとは、任意の $(\succ_i, \succ_j)$ で $x \succ_i y$ かつ $y \succ_j x$ であるものについて、xPy が成立することである。このとき、
   順序対 (x,y) と (y,z) について個人 i が winning であるならば、(x,z) についても i は winning であることを証明しなさい。

2. 有限人の社会で、有限個の選択肢の集合 A が「左から右」のように一次元で並べられ、各個人の選好は単峰性を満たしているとする。(ここでは、弱い選好 $\succsim_i$ を持っている個人を考える。) このとき、

   『個人の数が奇数であれば、単純多数決ルールは推移性を満たす』

   ということを以下の質問に答えながら示しなさい。

   社会的選好の推移性を証明するため、任意の異なる $x,y,z \in A$ について xRy かつ yRz だったとする。一般性を失うことなく、この3つの選択肢の位置づけとしては、以下の三通りを考えればよい。

   (a) 左から x,y,z の順

   (b) 左から x,z,y

   (c) 左から y,x,z

   $\{x,y,z\}$ に限って人々の選好の可能性をリストアップし、各タイプの人数を考える。

(a) のケース

i. 左から x, y, z の順に並んでいるとすると、以下の５種類（縦に見る）の選好しかありえないことを、単峰性を使って説明しなさい。

top	x	y			z
2位	y	z	(x, z)	x	y
3位	z	x		z	x
人数	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5

（ただし、(x, z) とは x と z は無差別であるという意味とする。つまり、この人たちの選好関係では $x \succsim_i z$ かつ $z \succsim_i x$ の両方が成立している。）

ii. xRy という仮定は例えば、$N_1 \geqq N_2 + N_3 + N_4 + N_5$ という人数の不等式と同値である。（また、あきらかに $N_1, \ldots, N_5 \geqq 0$ である。）同様にして、yRz と同値な人数の不等式を書き、さらにこれらより xRz が成立することを証明しなさい。

(b) 左から x, z, y の順に並んでいるとすると、以下の５種類の選好しかありえない。

top	x	y	z		
2位	z	z	x	(x, y)	y
3位	y	x	y		x
人数	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5

このとき、(a) の分析と同様に xRy、yRz、xRz に対応する人数の不等式の連立を考えると、社会の人数が奇数であることに矛盾することを証明しなさい。（つまり、このケースはありえない。）

(c) 左から y, x, z の順で並んでいたとすると、以下の５種類しかない。

top	x			y	z
2位	y	(y, z)	z	x	x
3位	z		y	z	y
人数	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5

このとき、(a) の分析と同様に xRy と yRz に対応する人数の不等式から、xRz を証明しなさい。