

2026 年度 ゲーム理論 a 演習第 2 回解答

Takako Fujiwara-Greve

1. (a) プレイヤー 1 については $\max_{s_1 \in S_1} u_1(s_1, L) = 1, \max_{s_1 \in S_1} u_1(s_1, C) = 3, \max_{s_1 \in S_1} u_1(s_1, R) = 2$ なので、これらの最小値は 1。

プレイヤー 2 については $\max_{s_2 \in S_2} u_2(s_2, U) = -1, \max_{s_2 \in S_2} u_2(s_2, M) = 1, \max_{s_2 \in S_2} u_2(s_2, D) = 0$ なので、これらの最小値は -1 。

- (b) 証明：任意の $i = 1, 2$ をとり、任意の純戦略ナッシュ均衡を (s_1^*, s_2^*) とする。

任意の $s_j \in S_j$ ($j \neq i$) について、 $v_i(s_j) := \max_{s_i \in S_i} u_i(s_i, s_j)$ を定義する。これは s_j に対する i の純戦略の範囲での最適反応の利得である。

この数値を最小化するのが minmax 値であるが、 j のナッシュ均衡の戦略 s_j^* は必ずしも v を最小化しているとは限らず、

$$\min_{s_j \in S_j} \max_{s_i \in S_i} u_i(s_i, s_j) = \min_{s_j \in S_j} v(s_j) \leq v_i(s_j^*)$$

である。

また、ナッシュ均衡の定義より、 $v_i(s_j^*) = \max_{s_i \in S_i} u_i(s_i, s_j^*) = u_i(s_i^*, s_j^*)$ である。以上をつなげると、

$$\min_{s_j \in S_j} \max_{s_i \in S_i} u_i(s_i, s_j) \leq v_i(s_j^*) = u_i(s_i^*, s_j^*)$$

が成立する。

□

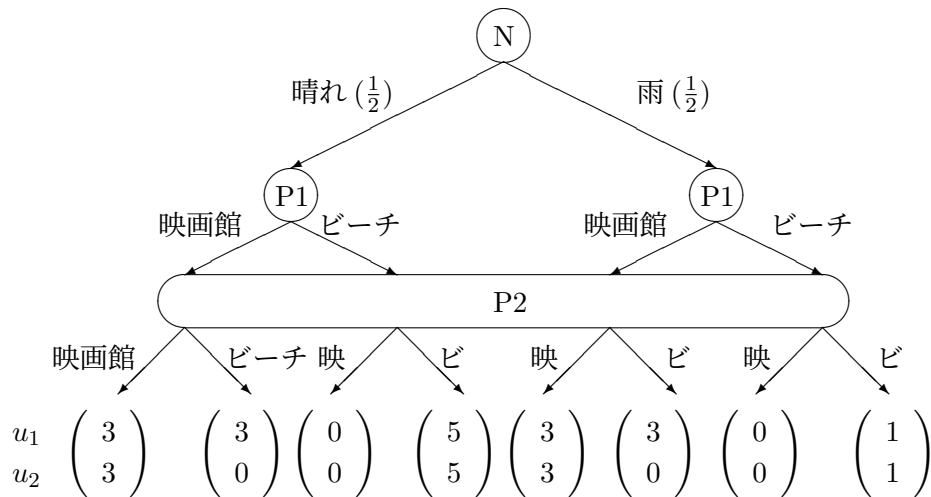
(だいたい似たようなロジックができていれば OK。)

2. (a) $3/7$
 (b) $1/5$
 (c) $1/7$
 (d) まず G_1 と G_2 の違いは one-step deviation をしたときの利得の増加分の違いで、 G_1 では $5 \rightarrow 8$ で 3 も増えるのに対し、 G_2 では $5 \rightarrow 6$ なので逸脱のメリットが少ない。したがって、 G_2 においてグリム・トリガー均衡に従う方がたやすい。これが δ の下限は (a) より (b) の方が低いことに現れている。

次に、 G_2 と G_3 の違いは、経路上で每期貰える利得の大きさである。One-step deviation による利得の増加分は同じである。経路上でより高い利得を貰える G_3 の方がグリム・トリガー均衡に従いやすい。そのため、 δ の下限は (b) より (c) の方が低い。

(このようなことが書ければ良い。最後に、実数には推移性があるから δ の下限は (a) より (c) の方が低い。なども入れてもよい。)

3. (a) 利得ベクトルを縦に描いたものが以下（横でもいいが、わかりやすく描くこと。）



- (b) 誘導標準形は以下。分数は簡単にしても、もちろんよい。ここでは確率 $\frac{1}{2}$ を使って計算したことをはっきり見せるために残してある。

P1 \ P2	映画館	ビーチ
(映画館、映画館)	3, 3	3, 0
(映画館、ビーチ)	$\frac{3}{2}, \frac{3}{2}$	$\frac{4}{2}, \frac{1}{2}$
(ビーチ、映画館)	$\frac{3}{2}, \frac{3}{2}$	$\frac{8}{2}, \frac{5}{2}$
(ビーチ、ビーチ)	0, 0	$\frac{6}{2}, \frac{6}{2}$

したがって、純戦略の範囲で（ベイジアン）ナッシュ均衡は2つあって（(映画館、映画館)、映画館）と（(ビーチ、映画館)、ビーチ）。

- (c) 2つのタイプの利得行列だけ取り出すと以下になり最適反応に下線を付けるとわかりやすい。

P1 \ P2	映画館	ビーチ
映画館	<u>3</u>	3
ビーチ	0	<u>5</u>

P1 \ P2	映画館	ビーチ
映画館	<u>3</u>	<u>3</u>
ビーチ	0	1

晴れタイプの P1 の利得表

雨タイプの P1 の利得表

したがって、P2 がビーチに行くときは、晴れタイプの P1 の最適反応はビーチ、雨タイプの最適反応は映画館である。

- (d) (b) で作った期待利得表に戻って P2 の期待利得を考えると、P1 が (ビーチ、映画館) なので、P2 の最適反応はビーチである。
- (e) (c) で作った表から、P2 が映画館に行くときは、晴れタイプも雨タイプも最適反応は映画館である。これに対し、(b) で作った表から、P2 の最適反応も映画館である。つまり、
晴れタイプ：映画館
雨タイプ：映画館
P2:映画館
という（ベイジアン）ナッシュ均衡が存在する。
- (f) 以上から全ての（純戦略の）ナッシュ均衡が一致した。（これは断定できるので、断定すること。「一致すると思われる」は正答とはできない。）