2026 年度 ゲーム理論 a 演習第 1 回解答

Takako Fujiwara-Greve

1. (a) 答え：

S \ R	F	B
F	0.2, 0.8	x, $1-x$
B	0.8, 0.2	0.5, 0.5

(注意：行プレイヤーと列プレイヤーの指定をまちがえないこと。試験でそれをやると最悪 0 点になる。)

(b) 答えは以下のように丁寧に議論すること。

Step 1: $x > 0.6$ なので最適反応に下線を付けたものは下のようになる。

S \ R	F	B
F	0.2, $\underline{0.8}$	$\underline{x}$, $1-x$
B	$\underline{0.8}$, 0.2	0.5, $\underline{0.5}$

つまり純戦略のナッシュ均衡は存在しない。

Step 2: 混合戦略のナッシュ均衡を求めるために、まずプレイヤー R が F をする確率が q であるとき、プレイヤー S の各純戦略の期待利得を求める。

$$\begin{aligned} Eu_S(F,q) =& 0.2q + (1-q)x \\ Eu_S(B,q) =& 0.8q + (1-q)0.5. \end{aligned}$$

したがって、

$$BR_S(q) = \begin{cases} F & \text{if } \frac{x-0.5}{x+0.1} > q \\ \Delta\{F,B\} & \text{if } \frac{x-0.5}{x+0.1} = q \\ B & \text{if } \frac{x-0.5}{x+0.1} < q. \end{cases}$$

プレイヤー S が F をする確率を p として R の各純戦略の期待利得を求めると、

$$\begin{aligned} Eu_R(p,F) =& 0.8p + 0.2(1-p) \\ Eu_R(p,B) =& (1-x)p + (1-p)0.5. \end{aligned}$$

したがって、

$$BR_R(p) = \begin{cases} F & \text{if } \frac{0.3}{x+0.1} < p \\ \Delta\{F,B\} & \text{if } \frac{0.3}{x+0.1} = p \\ B & \text{if } \frac{0.3}{x+0.1} > p. \end{cases}$$

以上の分析から、混合戦略のナッシュ均衡がただ一つあって、

$$(\sigma_S^*, \sigma_R^*) = \Big(\frac{0.3}{x+0.1}F + \frac{x-0.2}{x+0.1}B,\ \frac{x-0.5}{x+0.1}F + \frac{0.6}{x+0.1}B\Big)$$

である。

（注意：各プレイヤーの F と B の確率が明確にわかるように書ければよいので、第 1 座標は F の確率です、と断ってから、

$$(\sigma_S^*, \sigma_R^*) = \Big((\frac{0.3}{x+0.1}, \frac{x-0.2}{x+0.1}), (\frac{x-0.5}{x+0.1}, \frac{0.6}{x+0.1})\Big)$$

でも、もちろん正解。）

(c) 答え：混合戦略均衡において S が戦略 F を行う確率は $\frac{0.3}{x+0.1}$ であるから、これは x が増加すると下落する。

（注意：x と $1-x$ の両方が均衡には影響しており、深く意味まで考えなくてもよい。）

2. 答え：3 人同時ゲームの行列表現は以下のようになり、純戦略のナッシュ均衡はただ一つあってそれは (D,D,D) である。理由は、どのプレイヤーにとっても C は D に厳密に支配されているからである。

P1 \ P2	D	C
D	0, 0, 0	1, −1, 1
C	−1, 1, 1	−1, −1, 1

P3: D

P1 \ P2	D	C
D	1, 1, −1	1, −1, −1
C	−1, 1, −1	0, 0, 0

P3: C

3. (a) が 2 箇所になってしまってごめん！

最初の (a)：Fight を選んだときの期待利得は $(0.4)(-60)+(0,6)(-120)=-96$ であるので、Fight が最適な戦略である。

終点の利得ベクトル

(a) $(-120,90)$, (b) $(-60,60)$, (c) $(-300,300)$, (d) $(-200,200)$. (座標の順番を間違えないこと。）

最後の答え：このゲーム最後の意思決定者は 2 国の大統領である。Continue を選ぶと $(0.7)300+(0.3)200$ という期待利得になり、End を選ぶと 60 であるから Continue という純戦略だけが最適である。（このゲームでは各プレイヤーはただ一つの情報集合を持っているから行動と戦略は同じことである。）

これを踏まえて最初の意思決定者である 1 国の首相の情報集合を考える。Fight を選んだときの期待利得は Win の後 Continue になるので

$$(0.4)\{(0.7)(-300)+(0.3)(-200)\}+(0.6)(-120)<-100$$

である。したがって**ただ一つの**後ろ向き帰納法の解あるいは部分ゲーム完全均衡があり、それは

$(s_1, s_2)=$(End, Continue)

である。

（注意：ぐだぐだ書いても、戦略の組み合わせと、他にないことの 2 つを理由をつけて明記していないと正解ではない。試験では気をつけよう。）