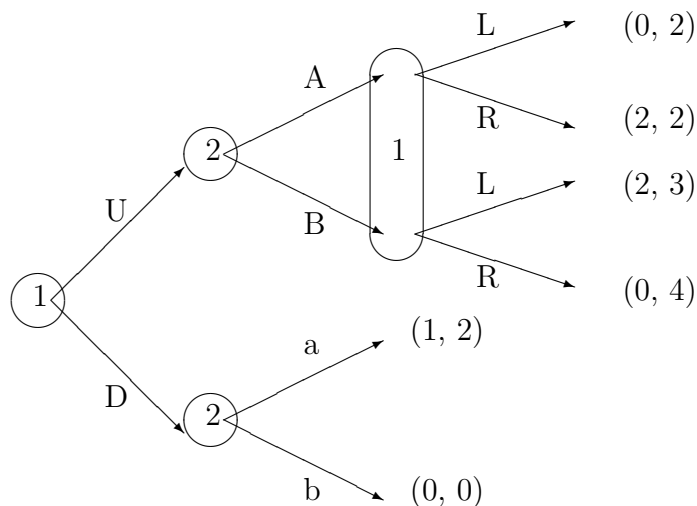


2025年度 ゲーム理論 a 期末試験 (70分)

Takako Fujiwara-Greve

- 答案用紙は縦にめくるように書くこと。ノートのように横にめくってはいけない。
- 以下の全ての問題に答えなさい。解答は問題順でなくてもいいが、どの問題に答えているのかを明確にして書きなさい。分数、小数等はできる限りわかりやすくしてくれると採点ミスが減る。
- 部分点があるので、導出の過程を必ず書きなさい。途中の論理がまったくないものは（山勘かもしれないので）減点となる。尚、お話はすべてフィクションである。

1. 以下の2プレイヤー、完備・不完全情報の展開形ゲームを考える。
 (u_1, u_2)



- プレイヤー1の混合戦略全体の集合をなるべく厳密に書きなさい。
 - プレイヤー1の行動戦略全体の集合をなるべく厳密に書きなさい。
 - 純戦略による部分ゲーム完全均衡はあるか？あればすべて求めなさい。なければどうしてないかを論理的に説明しなさい。
2. 以下の(双)行列表現で表される2人同時ゲーム G を考える。P1が行プレイヤー、P2が列プレイヤーであり、P1の利得が第1座標、P2の利得が第2座標である。

P1 \ P2	a	b	c
A	5, 5	0, 0	1, 6
B	0, 1	3, 2	0, 0

- 純戦略による、 G のナッシュ均衡はあるか？あればすべて求めなさい。なければどうしてないかを論理的に説明しなさい。
- P1がAをする確率を p として、P2の3つの純戦略の期待利得を p の関数として一つのグラフになるべく正確に図示しなさい。答案用紙5行以内のスペースに収めること。横軸を p とし、0から1の間を動くものとする。縦軸を期待利得とする。どの線がどの純戦略に対応しているかを明記し、 $p = 0$ のときの期待利得の数値(縦軸の切片)も明記すること。

- (c) P2が3つの純戦略すべてに正の確率をつけるような G のナッシュ均衡は存在するか？あれば一つ書き、それがナッシュ均衡であることを証明しなさい。なければどうしてないかを論理的に説明しなさい。
- (d) G を完全モニタリングで2回繰り返し、利得は毎回の利得をたしたものとする繰り返しゲーム G^2 を考える。以下の戦略 (s_1, s_2) の組み合わせは G^2 の部分ゲーム完全均衡であるか？そうであればその証明を、部分ゲーム完全均衡でなければその理由を論理的に書きなさい。(ここで h_t とは t 期目の期初までの歴史である。)

$$s_1 = \begin{cases} A & \text{if } h_t = \emptyset \text{ or } (A, a) \\ B & \text{otherwise.} \end{cases}, \quad s_2 = \begin{cases} c & \text{if } h_t = \emptyset \text{ or } (A, a) \\ b & \text{otherwise.} \end{cases}$$

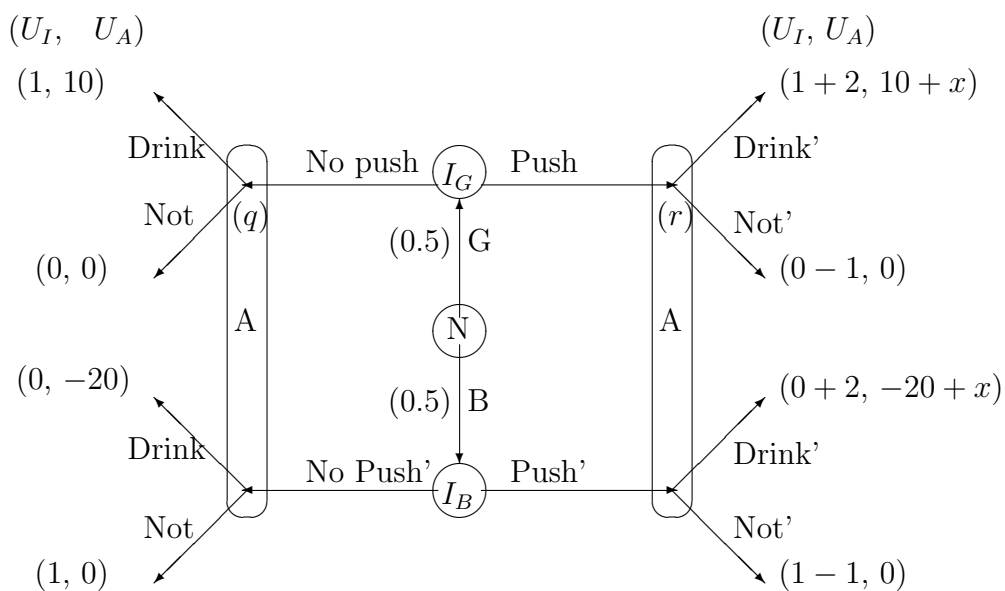
3. Aさんが「漂白剤を飲むと身体に良い」という噂を聞いて、漂白剤を飲むかどうか考えている。(漂白剤とは洗濯するときを使う、衣類を白くするための薬である、念の為。)事前確率は、身体によい(G)確率が0.5、良くない(B)確率が0.5だとAさんは思っている。もし身体に良いときは漂白剤を飲むとAさんの利得は10であり、身体が悪いときに飲むとAさんの利得は-20である。いずれにせよ、飲まなければAさんの利得は0である。Aさんは期待利得を最大にするプレイヤーである。

- (a) 事前確率のみでAさんが飲むか飲まないかを決める場合、最適な行動は飲むことか飲まないことか？理由もつけて答えなさい。

AさんはいつもインフルエンサーIさんの動画を見ている。おそらくインフルエンサーIさんは漂白剤が身体に良いかどうかを知っているとAさんの目には映っている。Aさんは、Iさんが「漂白剤いいですよ～」という動画を出す(Push)か出さない(No Push)かを知ることができ、その後で漂白剤を飲むか飲まないかを決定することにしたので、以下の樹形図の状況になった。(以下全てAさんの想定だとしてよいが、Aさんの想定では完備情報ゲームである。)Aさんの各情報集合におけるGの確率(信念)はNo Pushを見た後を q 、Pushを見た後を r とする。

Iさんは漂白剤が身体によいことを知っているGタイプと、身体が悪いことを知っているBタイプがあり、事前確率の0.5ずつで存在する。どちらのタイプも漂白剤推しの動画を出す(Push)か出さない(No Push)かの2つの行動を選ぶことができる。Gタイプは、Pushしてもしなくても、Aさんが飲んでくれれば利得1を、飲んでくれなければ利得0を得る。Bタイプはその逆である。さらに、インフルエンサーであるから、どちらのタイプであっても、Pushの後でAさんが漂白剤を飲んだらIさんは追加の利得2を得るが、Pushの後でAさんが漂白剤を飲まなかったら-1の追加の利得を得るとする。

AさんはIさんの「推し」を進んで受け入れることに効用を感じるかもしれず、Pushの後で飲むと(真実の状態にかかわらず)追加の利得 $x(\geq 0)$ を得る。



- (b) $x = 0$ のとき、G タイプの I さんは Push し、B タイプの I さんは No Push' を選ぶ完全ベイズ均衡（の分離均衡）はあるか？あればその戦略と信念の組み合わせ (s_I, s_A, q, r) を書き、それが完全ベイズ均衡であることを証明しなさい。なければどうしてないかを論理的に説明しなさい。
- (c) どちらのタイプの I さんも Push/ Push' を選ぶ完全ベイズ均衡（の一括均衡）があるような x の範囲を求め、そのときの均衡戦略と信念の組み合わせ (s_I, s_A, q, r) を少なくとも一つ書きなさい。（注： q を書かないと正解とはしない。）