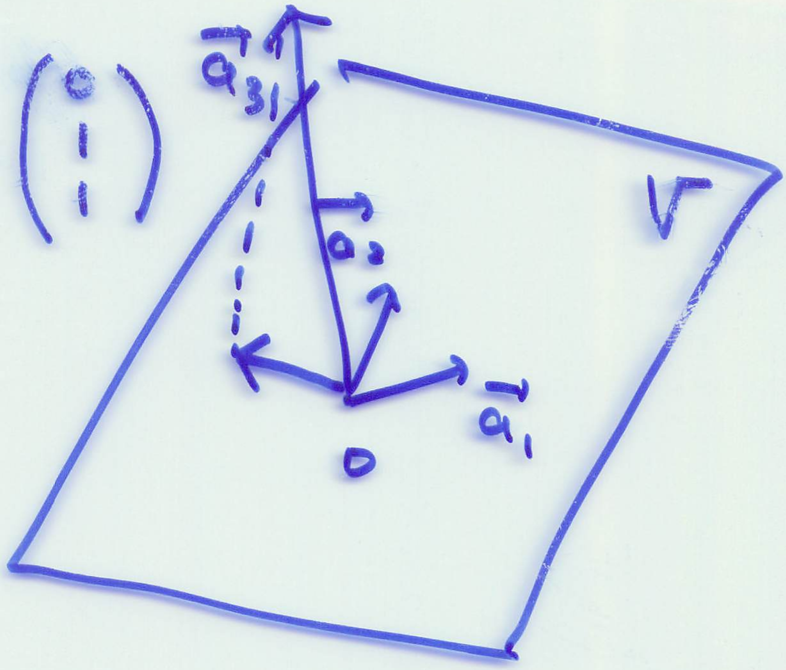
$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$



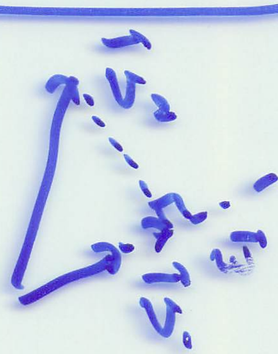
$\vec{a}_1, \vec{a}_2$ から $\vec{p}_1, \vec{p}_2$

① $\vec{p}_1, \vec{p}_2$ が V を張る

② $\|\vec{p}_1\| = \|\vec{p}_2\| = 1$

③ $(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = 0$

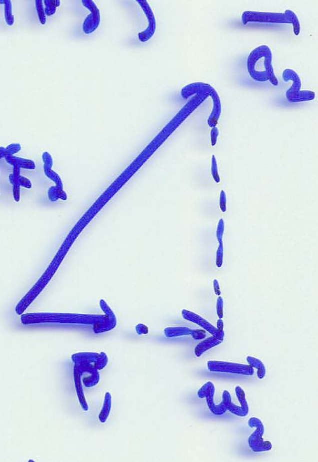
$\vec{v}_2$ の $\vec{v}_1$ 方向への正射影



$$\vec{w} = \frac{(\vec{v}_1, \vec{v}_2)}{\|\vec{v}_1\|^2} \vec{v}_1$$

Step 1 $\vec{p}_1 = \frac{1}{\|\vec{a}_1\|}\vec{a}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$

($\vec{a}_1$ 方向の単位ベクトルを作る)



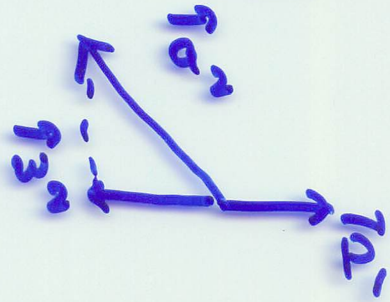
Step 2 $\vec{a}_2$ の $\vec{p}_1$ 方向の正射影を作る

$$\vec{w}_2 = \underbrace{(\vec{a}_2, \vec{p}_1)}\,\vec{p}_1$$

$$= \left(\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}\right) \times \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$$

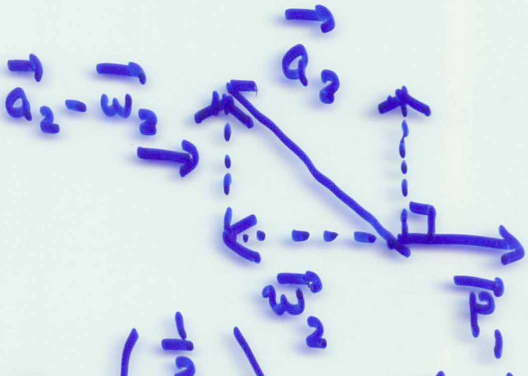
$$= \frac{1}{2} \times (0 \times 1 + 1 \times (-1) + 1 \times 0)\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$$

$$= -\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$$



step 3

$$\vec{a}_2 - \vec{w}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$



$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right) = 1 \times 1 + 1 \times (-1) + 2 \times 0 = 0$$

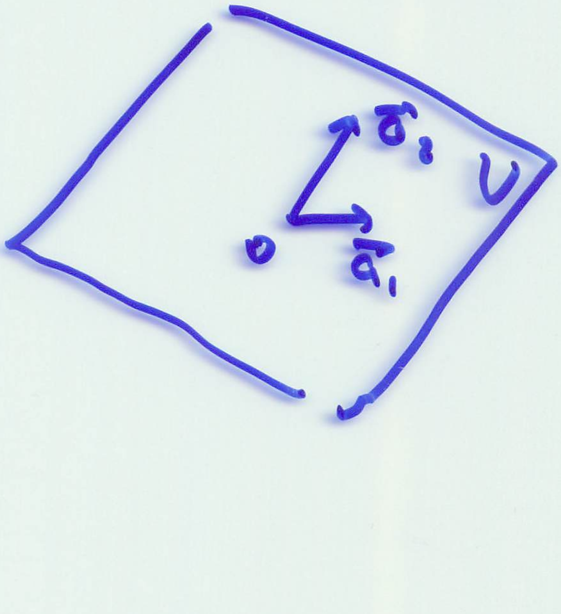
$\vec{a}_2 - \vec{w}_2$ の方向の単位ベクトルを作る

$$\vec{p}_2 = \frac{1}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{6}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{p}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{p}_2 = \frac{1}{\sqrt{6}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$\vec{a}_3$ の V への正射影を $\vec{w}_3$

$$\left(\begin{array}{l} (\vec{a}_3 - \vec{w}_3) \perp V \\ \vec{w}_3 \in V \end{array} \right.$$



Gram-Schmidt の直交化法

$$\vec{w_3} = (\vec{a_3}, \vec{p_1})\,\vec{p_1} + (\vec{a_3}, \vec{p_2})\,\vec{p_2}$$

$$= \underbrace{\boxed{\left(\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}\right)}}_{0=} \times \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$$

$$+ \left(\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{6}}\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}\right) \times \frac{1}{\sqrt{6}}\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{6} \times (1\times1 + 1\times1 + 0\times2)\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$$

(i) $\vec{a_1} = \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$, $\vec{a_2} = \begin{pmatrix}-2\\1\\0\end{pmatrix}$, $\vec{a_3} = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ とする

(ii) についても同様

85 page 問2 (4), (5)

① $i \neq j$
　i行とj行の交換

行.

② $\lambda \neq 0$　i行をλ倍.

③ $i \neq j$, $\lambda \neq 0$　i行のλ倍をj行にたす.

(4)

$$\begin{pmatrix} 4 & -6 & 4 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 0 \\ -7 & 5 & -6 & -4 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & 10 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{2} & 1 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 0 \\ -7 & 5 & -6 & -4 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & 10 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{rrrrrr} & 3 & 1 & 2 & 5 & 0 \\ -) & 3 & -\frac{9}{2} & 3 & -\frac{3}{4} & \frac{3}{2} \\ \hline & 0 & \frac{11}{2} & -1 & \frac{23}{4} & -\frac{3}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{rrrrrr} & -7 & 5 & -6 & -4 & -2 \\ +) & 7 & -\frac{21}{2} & 7 & -\frac{7}{4} & \frac{7}{2} \\ \hline & 0 & -\frac{11}{2} & 1 & -\frac{23}{4} & \frac{3}{2} \end{array}$$

1行×(−3)を2行にたす
1行×7を3行にたす

$$\longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{2} & 1 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{11}{2} & -1 & \frac{23}{4} & -\frac{3}{2} \\ 0 & -\frac{11}{2} & 1 & -\frac{23}{4} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 4 & 10 & 0 \end{pmatrix}$$

2行を3行にたす

$$\longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{2} & 1 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{11}{2} & -1 & \frac{23}{4} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 10 & 0 \end{pmatrix}$$

3行と4行を交換

$$\longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{2} & 1 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{11}{2} & -1 & \frac{23}{4} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 4 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

階数 3

注 階数は行基本変形のとり方によらない.

(5)

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & -3 & -1 \\ -2 & 1 & 0 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 3 & -1 \\ 7 & -3 & 2 & -3 & -3 \end{pmatrix} \xrightarrow{1行\times\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ -2 & 1 & 0 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 3 & -1 \\ 7 & -3 & 2 & -3 & -3 \end{pmatrix}$$

1行×2を
2行に加え

1行×(−3)を
3行に加え

1行×(−7)を
4行に加え

$$\longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 2 & \frac{15}{2} & \frac{1}{2} \\ \cancel{0 \ \ -\frac{13}{2} \ \ 2 \ \ -\frac{27}{2} \ \ -\frac{15}{2}} \\ 0 & \frac{1}{2} & 2 & \frac{15}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{rrrrrr} & 3 & -1 & 2 & 3 & -1 \\ -) & 3 & -\frac{3}{2} & 0 & -\frac{9}{2} & -\frac{3}{2} \\ \hline & 0 & \frac{1}{2} & 2 & \frac{15}{2} & \frac{1}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{rrrrrr} & 7 & -3 & 2 & -3 & -3 \\ -) & 7 & -\frac{7}{2} & 0 & -\frac{21}{2} & -\frac{7}{2} \\ \hline & \cancel{0} & \cancel{-\frac{13}{2}} & \cancel{2} & \cancel{-\frac{27}{2}} & \cancel{-\frac{15}{2}} \\ & 0 & \frac{1}{2} & 2 & \frac{15}{2} & \frac{1}{2} \end{array}$$

2行と
3行を
入れ替え

$$\longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 2 & \frac{15}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 2 & \frac{15}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

2行×(−1)を
4行に加え

$$\longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 2 & \frac{15}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

階数 2

$$\underset{l\times m}{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{l1} & \cdots & a_{lm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^1 \\ a^2 \\ \vdots \\ a^l \end{pmatrix} \leftarrow a^i$$

行ベクトル表示.

$$\underset{m\times n}{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 & \cdots & b_n \end{pmatrix}$$

$$AB = \left(Ab_1 \ \ Ab_2 \ \cdots\cdots \ \boxed{Ab_j} \ \cdots \ Ab_n \right)$$

ABのj列

$$Ab_j = \begin{pmatrix} a^1 b_j \\ a^2 b_j \\ \vdots \\ \boxed{a^i b_j} \\ \vdots \\ a^l b_j \end{pmatrix}$$

← i行 j列

ABの(i,j)成分

$$\left(a_{i1} \ a_{i2} \cdots a_{im} \right) \begin{pmatrix} b_{1j} \\ b_{2j} \\ \vdots \\ b_{mj} \end{pmatrix}$$

$C = AB = (c_{ij})$

$\uparrow$ i行j列.

$$c_{ij} = a^i b_j$$

$$= (a_{i1}\ a_{i2} \cdots a_{im}) \begin{pmatrix} b_{1j} \\ b_{2j} \\ \vdots \\ b_{mj} \end{pmatrix}$$

$$= a_{i1} b_{1j} + a_{i2} b_{2j} + \cdots + a_{im} b_{mj}$$

$$= \sum_{k=1}^{m} a_{ik} b_{kj}$$

教え 40 page

$A\ m \times n$, $B : n \times l$

プ 12 page

$$\boxed{\text{命題 (i)} \quad {}^t(AB) = {}^tB\, {}^tA}$$

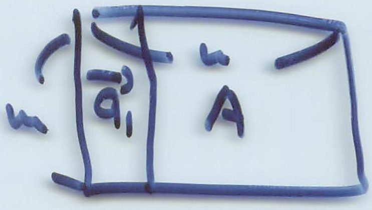
証明 19p

$${}^t\begin{pmatrix} x & y & z & w \\ a & b & c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & a \\ y & b \\ z & c \\ w & d \end{pmatrix}$$

$\uparrow$ 2×4 $\qquad$ 4×2

(iv) A : $m \times n$ 行列

$\vec{x} \in \mathbb{R}^n$



$\rightsquigarrow \quad A\vec{x} = x_1 \vec{a_1} + \cdots + x_n \vec{a_n} \in \mathbb{R}^m$

$A = (\vec{a_1}\ \vec{a_2} \cdots \vec{a_n})$, $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$

$\vec{a_1} \in \mathbb{R}^m$

${}^tA$: $n \times m$ $\quad \vec{y} \in \mathbb{R}^m \rightsquigarrow {}^tA\vec{y} \in \mathbb{R}^n$

<u>証明</u>

$$(A\vec{x}, \vec{y})_{\mathbb{R}^m} = (\vec{x}, {}^tA\vec{y})$$

左辺 $= {}^t(A\vec{x})\vec{y} = {}^t\vec{x}\,{}^tA\vec{y}$

(iii)の証明 $\qquad$ (ii)の証明

右辺 $= {}^t\vec{x}\,{}^tA\vec{y}$

---

x_1	y_1
x_2	y_2
$\vdots$	$\vdots$
x_N	y_N

ポートフォリオ理論.

x_j : 銘柄Aの 値 の 収益率

B

y_j :

$c_1 + c_2 = 1$

$c_1, c_2 \geq 0$

$z = c_1 x + c_2 y$ 新たな変量z

$$\bar{z} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (c_1 x_i + c_2 y_i)$$

$$= c_1 \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i + c_2 \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} y_i$$

$$= c_1 \bar{x} + c_2 \bar{y}$$

$$\vec{z} = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{pmatrix} z_1 - \bar{z} \\ \vdots \\ z_N - \bar{z} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{pmatrix} (c_1 x_1 + c_2 y_1) - (c_1 \bar{x} + c_2 \bar{y}) \\ \vdots \\ (c_1 x_N + c_2 y_N) - (c_1 \bar{x} + c_2 \bar{y}) \end{pmatrix}$$

$$= c_1 \vec{x} + c_2 \vec{y}$$

$$\vec{x} = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{pmatrix} x_1 - \bar{x} \\ \vdots \\ x_N - \bar{x} \end{pmatrix}, \quad \vec{y} = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{pmatrix} y_1 - \bar{y} \\ \vdots \\ y_N - \bar{y} \end{pmatrix}$$

$$\boxed{V(z) = ?}$$

$$V(z) = \|\vec{z}\|^2$$

公式

$$\|\vec{a} + \vec{b}\|^2 = \|\vec{a}\|^2 + 2(\vec{a}, \vec{b}) + \|\vec{b}\|^2$$

$$
\begin{aligned}
V(z) &= \|\vec{z}\|^2 \\
&= \|c_1\vec{x} + c_2\vec{y}\|^2 \\
&= \|c_1\vec{x}\|^2 + 2(c_1\vec{x}, c_2\vec{y}) + \|c_2\vec{y}\|^2 \\
&= c_1^2\|\vec{x}\|^2 + 2c_1c_2(\vec{x}, \vec{y}) + c_2^2\|\vec{y}\|^2 \\
&= c_1^2 V(x) + 2c_1c_2 C(x, y) + c_2^2 V(y)
\end{aligned}
$$

Aに c_1, Bに c_2 (億円)の投資したときの

リスクが $V(z)$

$c_1 + c_2 = 1$, $c_1, c_2 \geq 0$ の下で $V(z)$ を

最小化 $\Longleftrightarrow$ リスクの最小化

主成分分析.

$$z = c_1 x + c_2 y$$

$V(z)$ が最大となる c_1, c_2 を求める

$(c_1^2 + c_2^2 = 1, \ c_1, c_2 \geq 0)$

$$X = \left(\vec{x} \;\; \vec{y} \right) \quad N \times 2$$

データ行列

$$C = {}^tX X = \frac{1}{N} \begin{pmatrix} x_1 - \bar{x} & x_2 - \bar{x} & \cdots & x_N - \bar{x} \\ y_1 - x & y_2 - \bar{y} & \cdots & y_N - \bar{y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 - \bar{x} & y_1 - \bar{y} \\ \vdots & \vdots \\ x_N - \bar{x} & y_N - \bar{y} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} V(x) & C(x, y) \\ C(x, y) & V(y) \end{pmatrix}$$

分散行列.

$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ の逆行列を求める。

左側が単位行列に
なるように行基本変形する

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[\text{2行目の交換}]{\text{1行目と}} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[\text{2行目に+}]{\text{1行目×(−3)を}} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -3 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{rcccc} & 3 & 2 & 1 & 0 \\ -) & 3 & 3 & 0 & 3 \\ \hline & 0 & -1 & 1 & -3 \end{array}$$

$\boxed{\text{ピボットを1にする}}$

$$\xrightarrow[\text{2行目×(−1)}]{} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \end{array}\right)$$

ピボットの上を0にする

$$\begin{array}{rcccc} & 1 & 1 & 0 & 1 \\ -) & 0 & 1 & -1 & 3 \\ \hline & 1 & 0 & 1 & -2 \end{array}$$

$$\xrightarrow[\text{1行目に+}]{\text{2行目×(−1)を}} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \end{array}\right)$$

$$\underbrace{\begin{matrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{matrix}}_{A^{-1}}$$

プリント 14~15 page.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & x & d \\ b & y & e \\ c & z & f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c & z & f \\ b & y & e \\ a & x & d \end{pmatrix}$$

$P_3(1,3)$

行基本変形 $\longleftrightarrow$ $\boxed{\text{基本行列}}$ を左からかける.

1行と3行の交換

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{=\,Q_3(\lambda)}\begin{pmatrix} a & x & d \\ b & y & e \\ c & z & f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda a & \lambda x & \lambda d \\ b & y & e \\ c & z & f \end{pmatrix}$$

$(\lambda \neq 0)$

1行をλ倍.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \lambda & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{=\,R_3(1,3,\lambda)}\begin{pmatrix} a & x & d \\ b & y & e \\ c & z & f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & x & d \\ b & y & e \\ a\lambda + c & x\lambda + z & d\lambda + f \end{pmatrix}$$

1行のλ倍を3行に+

基本 ~~行列~~ 행렬 : 正則

(基本 ~~行列~~ 행렬)$^{-1}$ = 基本 행렬

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P_3(3,1)\,P_3(3,1) = E_3$$

$$P_m(i,j)\,P_m(i,j) = E_m$$

$$\rightarrow P_m(i,j)^{-1} = P_m(i,j)$$

$$\lambda \neq 0 \quad \begin{pmatrix} \frac{1}{\lambda} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = E_3$$

$$Q_m\left(\frac{1}{\lambda}\right) Q_m(\lambda) = E_m$$

$$Q_m(\lambda)^{-1} = Q_m\left(\frac{1}{\lambda}\right)$$

$$R_m(i,j,\lambda)\,R_m(i,j,-\lambda) = E_m$$

$$R_m(i,j,\lambda)^{-1} = R_m(i,j,-\lambda)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 3 & 5 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[\text{3행에 더함}]{\text{1행×(-3)을}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -3 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{rcccccc} & 3 & 3 & 5 & 0 & 0 & 1 \\ -) & 3 & 0 & 3 & 3 & 0 & 0 \\ \hline & 0 & 3 & 2 & -3 & 0 & 1 \end{array}$$

$$\xrightarrow[\text{3행에 더함}]{\text{2행×(-3)을}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -3 & -3 & 1 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{rcccccc} & 0 & 3 & 2 & -3 & 0 & 1 \\ -) & 0 & 3 & 3 & 0 & 3 & 0 \\ \hline & 0 & 0 & -1 & -3 & -3 & 1 \end{array}$$

$$\xrightarrow{\text{3행을 (-1)배}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 3 & -1 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{rcccccc} & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -) & 0 & 0 & 1 & 3 & 3 & -1 \\ \hline & 1 & 0 & 0 & -2 & -3 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcccccc} & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -) & 0 & 0 & 1 & 3 & 3 & -1 \\ \hline & 0 & 1 & 0 & -3 & -2 & 1 \end{array}$$

$$\xrightarrow[\text{3행×(-1)을 2행에 더함}]{\text{3행×(-1)을 1행에 더함}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 3 & -1 \end{array}\right)$$

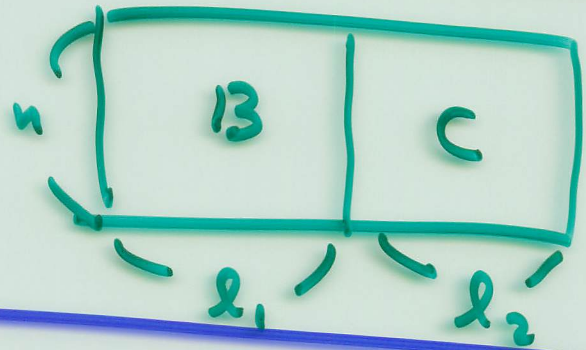
$$\underbrace{\begin{pmatrix} -2 & -3 & 1 \\ -3 & -2 & 1 \\ 3 & 3 & -1 \end{pmatrix}}_{A^{-1}}$$

$A \quad m \times n$

$B: n \times l_1 \; , \; C : n \times l_2$

식 $A(B|C)$

$= (AB \mid AC)$



$A(B|C)$

$= A(\vec{b}_1 \cdots \vec{b}_{l_1} \mid \vec{c}_1 \cdots \vec{c}_{l_2})$

$= (A\vec{b}_1 \cdots A\vec{b}_{l_1} \mid A\vec{c}_1 \cdots A\vec{c}_{l_2})$

$= (AB \mid AC)$

教科 95 page $A : n \times n$

$$(A \mid E_n) \xrightarrow{} \cdots\cdots \xrightarrow{} (E_n \mid \underset{A^{-1}}{\underset{\parallel}{B}})$$

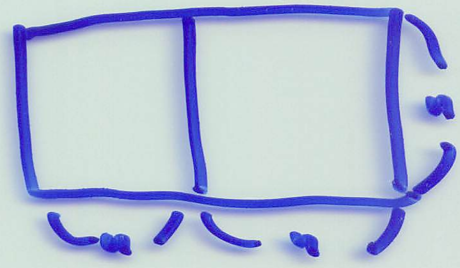
行基本変形

$$P_k \cdots P_2 P_1 (A \mid E_n) = (E_n \mid B)$$

$(P_j :$ 基本行列

$$= P_k \cdots P_2 (P_1 A \mid \overset{P_1}{E_n})$$

$$= (P_k \cdots P_2 P_1 A \mid P_k \cdots P_1 E_n)$$



① $P_k \cdots P_1 A = E_n$

② $P_k \cdots P_1 E_n = B$ $\rightarrow$ $PE_n = B \rightarrow P = B$

$P = P_k \cdots P_1$ とおく. $\boxed{P \text{ は正則}}$

① $PA = E_n$ 左から P^{-1} をかける

$$P^{-1} \underset{\underset{E_n}{\parallel}}{P} A = P^{-1} E_n = P^{-1}$$

$E_n A = A \Rightarrow A :$ 正則

$A^{-1} = P.$

① A, B : n次正方行列, 正則

$\Rightarrow$ AB : 正則

② 基本行列は正則

---

③ A : 正則 $\Rightarrow$ A^{-1} : 正則

$(A^{-1})^{-1} = A$

---

②

$$P E_n = B$$
$$\shortparallel$$
$$P$$

方法 $(A \mid E_n) \to \cdots \to (E_n \mid B)$

A: $n \times n$; 行基本変形 ; B: A^{-1}

Aの階数がn $\Rightarrow$ A : 正則.

教科書 97 page 13/13の例題

rank A < 3 A : 3×3

であるので A : 正則でない

(要注意)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 8 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

10月12

① 連立1次方程式　85 page ～

② 部分空間　19 page ～

1次独立 etc.