

V 演習 5.5 (教科書 136 ページ) $\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_k \in \mathbf{R}^n$ が線型独立である
とします. また $Q \in M_k(\mathbf{R})$ が正則であるとして. このとき

$$(\vec{x}_1 \ \cdots \ \vec{x}_k)Q = (\vec{y}_1 \ \cdots \ \vec{y}_k)$$

とすると $\vec{y}_1, \dots, \vec{y}_k \in \mathbf{R}^n$ が線型独立であることを示しましょう.

解答 $\vec{c} \in \mathbf{R}^k$ に対して

$$(\vec{y}_1 \ \cdots \ \vec{y}_k)\vec{c} = (\vec{x}_1 \ \cdots \ \vec{x}_k)Q\vec{c}$$

となりますから, $\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_k$ が線型独立であることから $Q\vec{c} = \vec{0}$ が従いま
す. このとき Q が正則ですから $\vec{c} = \vec{0}$ となります.