

III 演習 5.3 (教科書 134 ページ)  $\vec{x} \in \mathbf{R}^n$  が  $\vec{x} \neq \vec{0}$  を満たすとします. このとき  $\vec{x}$  が線型独立であることを示しましょう.

解答  $c\vec{x} = \vec{0}$  とします.

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_j \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \neq \vec{0}$$

が成立しますから, ある  $j$  に対して  $\vec{x}$  の第  $j$  成分が  $x_j \neq 0$  を満たします. ここで

$$c\vec{x} = \begin{pmatrix} cx_1 \\ \vdots \\ cx_j \\ \vdots \\ cx_n \end{pmatrix} = \vec{0}$$

の第  $j$  成分が  $cx_j = 0$  を満たしますから,  $c = 0$  が従います.