

III 演習 4.10 (教科書 98 ページ) 次の連立 1 次方程式をクラメールの公式を用いて解きましょう。

$$(1) \begin{pmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

解答 (1)

$$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 10 \neq 0$$

からクラメールの公式を適用できて

$$x = \frac{1}{10} \begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \frac{1}{10} \begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 7 & -6 \\ 0 & 7 & -13 \end{vmatrix} = \frac{1}{10} \begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 7 & -6 \\ 0 & 0 & -7 \end{vmatrix} = -\frac{49}{10}$$

$$y = \frac{1}{10} \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 2 & 2 & 2 \\ -1 & 3 & -1 \end{vmatrix} = \frac{1}{10} \begin{vmatrix} 0 & 7 & 2 \\ 0 & 8 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \end{vmatrix} = \frac{1}{10} \cdot (-1) \begin{vmatrix} 7 & 2 \\ 8 & 0 \end{vmatrix} = \frac{16}{10} = \frac{8}{5}$$

$$z = \frac{1}{10} \begin{vmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \frac{1}{10} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 7 \\ 0 & 5 & 8 \\ -1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \frac{1}{10} \cdot \begin{vmatrix} 0 & 7 \\ 5 & 8 \end{vmatrix} = \frac{35}{10} = \frac{7}{2}$$

(2)

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -2 \neq 0$$

からクラメールの公式を適用できて、

$$x = -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -5 \\ 0 & 2 & -3 \end{vmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -5 \\ 0 & 0 & -13 \end{vmatrix} = -\frac{13}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -3 \end{vmatrix} = 6$$

$$z = -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix} = -\frac{1}{2} \cdot 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 4$$