

VIII 演習 3.4 (教科書 67 ページ) (3.6) 式すなわち

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 4 & 5 & 1 & -5 \end{pmatrix} \rightarrow \cdots \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = B$$

の行基本変形をしましょう。また (3.7) 式において $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ と $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ が
平行でないことを示しましょう。

解答

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 4 & 5 & 1 & -5 \end{pmatrix} \xrightarrow{(i)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 & -2 \\ 3 & 2 & -1 & -2 \\ 4 & 5 & 1 & -5 \end{pmatrix} \xrightarrow{(ii)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \\ \xrightarrow{(iii)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{(iv)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

と行基本変形

(i) $1r \leftrightarrow 3r$

(ii) $3r+ = 1r \times (-3), 4r+ = 1r \times (-4)$

(iii) $2r \times = \frac{1}{2}$

(iv) $1r+ = 2r \times (-1), 3r+ = 2r, 4r+ = 2r \times (-1)$

を施します。次に

$$c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \vec{0}$$

とします。この左辺は $\begin{pmatrix} * \\ c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$ となりますから、 $c_1 = c_2 = 0$ が従います。
よって

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \nparallel \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

であることが示されました。