

X 演習 3.2 (教科書 65 ページ) 次の行列を行基本変形を用いて狭義の階段行列にしましょう.

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 4 & 7 & -14 & 10 \\ 2 & 3 & -4 & -4 \\ 1 & 1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

解答 (1)

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{(i)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & -4 & 3 & -10 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & -3 & 6 & -8 \end{pmatrix} \xrightarrow{(ii)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & -4 & 3 & -10 \\ 0 & -3 & 6 & -8 \end{pmatrix} \\ & \xrightarrow{(iii)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -7 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 15 & -2 \\ 0 & 0 & 15 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{(iv)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -7 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{15} \\ 0 & 0 & 15 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{(v)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{14}{15} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{12}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

と行基本変形

$$\begin{aligned} (i) \quad & 2r_+ = 1r \times (-3), \quad 3r_+ = 1r \times (-3) \\ (ii) \quad & 2r \leftrightarrow 3r \\ (iii) \quad & 1r_+ = 2r \times (-2), \quad 3r_+ = 2r \times 4, \quad 4r_+ = 2r \times 3 \\ (iv) \quad & 3r \times = \frac{1}{15} \\ (v) \quad & 1r_+ = 3r \times 7, \quad 2r_+ = 3r \times (-3), \quad 4r_+ = 3r \times (-15) \end{aligned}$$

を施します.

(2)

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 4 & 7 & -14 & 10 \\ 2 & 3 & -4 & -4 \\ 1 & 1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{(i)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & 3 & -4 & -4 \\ 4 & 7 & -14 & 10 \end{pmatrix} \xrightarrow{(ii)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & -6 & -16 \\ 0 & 3 & -18 & -14 \end{pmatrix} \\ & \xrightarrow{(iii)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 & 22 \\ 0 & 1 & -6 & -16 \\ 0 & 0 & 0 & 34 \end{pmatrix} \xrightarrow{(iv)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 & 22 \\ 0 & 1 & -6 & -16 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{(v)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 1 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

と行基本変形

$$\begin{aligned} (i) \quad & 1r \leftrightarrow 3r \\ (ii) \quad & 2r_+ = 1r \times (-2), \quad 3r_+ = 1r \times (-4) \\ (iii) \quad & 1r_+ = 2r \times (-1), \quad 3r_+ = 2r \times (-3) \\ (iv) \quad & 3r \times \frac{1}{34} \\ (v) \quad & 1r_+ = 3r \times (-22), \quad 2r_+ = 3r \times 16 \end{aligned}$$

を施します.