



$$\begin{aligned}
 z &= \left( A \begin{pmatrix} \sqrt{5} \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sqrt{5} \\ 2 \end{pmatrix} \right) + 2 \left( A \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sqrt{5} \\ 2 \end{pmatrix} \right) + \left( \vec{\beta}, \begin{pmatrix} \sqrt{5} \\ 2 \end{pmatrix} \right) \\
 &\quad + \left( A \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right) + \left( \vec{\beta}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right) \\
 &= \left( A \begin{pmatrix} \sqrt{5} \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sqrt{5} \\ 2 \end{pmatrix} \right) + \left( 2A \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \vec{\beta}, \begin{pmatrix} \sqrt{5} \\ 2 \end{pmatrix} \right) \\
 &\quad + \left( A \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right) + \left( \vec{\beta}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right)
 \end{aligned}$$

また、 $\vec{\beta} = 2A \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \vec{\beta} = \vec{0}$ ,  $|A| = 1^2 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq 0$  である。

A は正則行列である。  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} A^{-1} \vec{\beta} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} =$

$$\begin{aligned}
 z &= \left( A \begin{pmatrix} \sqrt{5} \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sqrt{5} \\ 2 \end{pmatrix} \right) + \left( A \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right) + \left( \vec{\beta}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right) \\
 &= \left( A \begin{pmatrix} \sqrt{5} \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sqrt{5} \\ 2 \end{pmatrix} \right) + \left( -\frac{1}{2} \vec{\beta}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right) + \left( \vec{\beta}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right) \\
 &= \left( A \begin{pmatrix} \sqrt{5} \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sqrt{5} \\ 2 \end{pmatrix} \right) + \frac{1}{2} \left( \vec{\beta}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right) \\
 &= 5^2 - 5 \cdot 2 + 2^2 + \frac{1}{2} \left( \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right) \\
 &= 5^2 - 5 \cdot 2 + 2^2 - 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &-\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

また、 $\vec{\beta} = \vec{0}$ 。

例  $\vec{x}' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{5} \\ 2 \end{pmatrix}$  は回転座標変換である。

これは  $\vec{x}'$  の基底である。