

$A = (\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n)$ は n 列 n 行の行列である。 ($\vec{a}_j \in \mathbb{R}^m$)

と表す

$$A\vec{x} = x_1\vec{a}_1 + \dots + x_n\vec{a}_n \in \mathbb{R}^m$$

と表す。 $\vec{y} \in \mathbb{R}^m$ に対して

$$(*) \quad (A\vec{x}, \vec{y}) = (\vec{x}, {}^tA\vec{y})$$

$$= \text{すなわち } {}^tA = \begin{pmatrix} {}^t\vec{a}_1 \\ \vdots \\ {}^t\vec{a}_n \end{pmatrix} \text{ は } n \text{ 行 } m \text{ 列の行列で } {}^tA\vec{y} = \begin{pmatrix} {}^t\vec{a}_1, \vec{y} \\ \vdots \\ {}^t\vec{a}_n, \vec{y} \end{pmatrix}$$

に注意。 (よく見よ)

(証明)

$$(\dagger) = (x_1\vec{a}_1 + \dots + x_n\vec{a}_n, \vec{y})$$

$$= x_1(\vec{a}_1, \vec{y}) + \dots + x_n(\vec{a}_n, \vec{y})$$

$$= \left(\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} (\vec{a}_1, \vec{y}) \\ \vdots \\ (\vec{a}_n, \vec{y}) \end{pmatrix} \right) = (\vec{x}, {}^tA\vec{y}) = \textcircled{(*)}$$