

I $A \in M_n(\mathbb{K})$, $\alpha_1, \dots, \alpha_n \in \mathbb{K}$ とする. $\alpha_i \neq \alpha_j$ ($i \neq j$) とする.

$$A \vec{p}_j = \alpha_j \vec{p}_j, \vec{p}_j \neq \vec{0} \quad (j=1, \dots, n) \text{ かつ成り立つ } \vec{p}_j \in \mathbb{K}^n$$

$$\vec{p}_1, \dots, \vec{p}_n \text{ が LI}$$

$\mathbb{K}^n$ の基底を示す. $n=1$ のときは明らか. $n \geq 2$ のときは $\mathbb{K}^n$ の基底を示す.

II $A = (a_{ij}) \in M_3(\mathbb{K})$ の 1 次の行列式を求めよ.

$$\chi_A(\lambda) = \lambda^3 - (a_{11} + a_{22} + a_{33})\lambda^2 + * - |A|$$

$*$ は $\mathbb{K}$ の元であることを示す.

$$(1) \quad C = C(A) \quad |\lambda \vec{e}_1 - \vec{a}_1, \lambda \vec{e}_2 - \vec{a}_2, \lambda \vec{e}_3 - \vec{a}_3| = \dots$$

と示す.

$$(2) \quad C = C(A) \quad \lambda \text{ の関数として } \frac{d}{d\lambda} |\vec{a}(\lambda), \vec{b}(\lambda), \vec{c}(\lambda)| = ?$$

を示す.

III $A \in M_2(\mathbb{R})$ が対称行列で $\lambda^2 - 2\lambda + 1$ は正定値と示す.

A は正定値で A^T が対称行列で正定値な $\lambda^2 - 2\lambda + 1$ は

定数と示す.