

I $\vec{a} \in \mathbb{R}^n$ とする. $\forall \vec{v} \in \mathbb{R}^n$ に対して $(\vec{a}, \vec{v}) = 0$ ならば
 $\vec{a} = \vec{0}$ であることを示す.

II A : 実数値の m 行 n 列の行列に対して
 $(A\vec{v}, \vec{w}) = (\vec{v}, {}^t A \vec{w})$ ($\vec{v} \in \mathbb{R}^n, \vec{w} \in \mathbb{R}^m$)
 が成立する. (L062 解説) を用いて

A : 実数値の m 行 n 列の行列

B : _____ n 行 l 列の _____

に対して

$${}^t(AB) = {}^t B {}^t A$$

を示す.

III $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ とする. $V = L(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3)$
 とする. $\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ の V への直交射影を $\vec{v}_0$ とし $A = (\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3)$ の
 逆行列の存在を証明せよ.

IV

$$({}^t A A)$$

III の $\vec{a}_1, \vec{a}_2$ によって $V_0 = L(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ とする. $\vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ への
 射影 $\vec{e}_2$ の V_0 への直交射影を $\vec{v}_1$ とし $B = (\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ の逆行列
 の存在を証明せよ.

V. 問題 IV と V_0 の正規直交基底を用いて角を求めよ.

VI III の V_1 に対する正規直交基底を求めよ.

VII $A = (\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3)$ m 行 3 列の行列といふ.

$${}^tAA \text{ が正則} \iff \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \text{ は LI}$$

を示せ.