

2023年4月16日修正片紙

演習 1.08 (教科書 5p) $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \mathbb{R}^n$ が関係式

$$\begin{cases} \vec{x} - \vec{y} + 2\vec{z} = \vec{a} & (1) \\ 2\vec{x} + \vec{y} - \vec{z} = \vec{b} & (2) \\ 3\vec{x} - 2\vec{y} + \vec{z} = \vec{c} & (3) \end{cases}$$

満たしているとします。このとき $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ で表しましょう。

解答

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \vec{x} - \vec{y} + 2\vec{z} = \vec{a} & (1) \\ 2\vec{x} + \vec{y} - \vec{z} = \vec{b} & (2) \\ 3\vec{x} - 2\vec{y} + \vec{z} = \vec{c} & (3) \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \vec{x} - \vec{y} + 2\vec{z} = \vec{a} & (1)_1 = (1) \\ 3\vec{y} - 5\vec{z} = -3\vec{a} + \vec{b} & (2)_1 = (2) - 2 \times (1) \\ \vec{y} - 5\vec{z} = -3\vec{a} + \vec{c} & (3)_1 = (3) - 3 \times (1) \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \vec{x} - \vec{y} + 2\vec{z} = \vec{a} & (1)_2 = (1)_1 \\ \vec{y} - 5\vec{z} = -3\vec{a} + \vec{c} & (2)_2 = (3)_1 \\ 3\vec{y} - 5\vec{z} = -3\vec{a} + \vec{b} & (3)_2 = (2)_1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \vec{x} - 3\vec{z} = -2\vec{a} + \vec{c} & (1)_3 = (1)_2 + (2)_2 \\ \vec{y} - 5\vec{z} = -3\vec{a} + \vec{c} & (2)_3 = (2)_2 \\ 10\vec{z} = 7\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{c} & (3)_3 = (3)_2 - 3 \times (2)_2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \vec{x} - 3\vec{z} = -2\vec{a} + \vec{c} & (1)_4 = (1)_3 \\ \vec{y} - 5\vec{z} = -3\vec{a} + \vec{c} & (2)_4 = (2)_3 \\ \vec{z} = \frac{7}{10}\vec{a} + \frac{1}{10}\vec{b} - \frac{3}{10}\vec{c} & (3)_4 = \frac{1}{10} \times (3)_3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \vec{x} = \frac{1}{10}\vec{a} + \frac{3}{10}\vec{b} + \frac{1}{10}\vec{c} & (1)_5 = (1)_4 + 3 \times (3)_4 \\ \vec{y} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c} & (2)_5 = (2)_4 + 5 \times (3)_4 \\ \vec{z} = \frac{7}{10}\vec{a} + \frac{1}{10}\vec{b} - \frac{3}{10}\vec{c} & (3)_5 = (3)_4 \end{cases} \end{aligned}$$