

Part 02 クラメールの公式

Intro 2022 SL02 Part 02

Nobuyuki TOSE

April 18, 2022

プラン

Part 01 極大・極小と停留点（極大・極小の必要条件）（補足）

Part 02 クラメールの公式

Part 03 接平面

Part 04 2次正方行列（入門）

Part 02

クラメールの公式

クラメールの公式 CT 205-206p

連立1次方程式

$$\begin{cases} ax + by = \alpha \cdots(1) \\ cx + dy = \beta \cdots(2) \end{cases}$$

を考える. y を消去するために $(1) \times d - (2) \times b$ を考える.

$$\begin{array}{r} \quad \quad \quad adx \quad + \quad bdy \quad = \quad \alpha d \\ -) \quad \quad \quad bcx \quad + \quad bdy \quad = \quad \beta b \\ \hline (ad - bc)x \quad \quad \quad = \quad \alpha d - \beta b \end{array}$$

x を消去するために $(1) \times c - (2) \times a$ を考える.

$$\begin{array}{r} \quad \quad \quad acx \quad + \quad bcy \quad = \quad \alpha c \\ -) \quad \quad \quad acx \quad + \quad ady \quad = \quad \beta a \\ \hline (bc - ad)y \quad \quad \quad = \quad \alpha c - \beta a \end{array}$$

行列式・クラメールの公式

行列式

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

これを用いると

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} x = \begin{vmatrix} \alpha & b \\ \beta & d \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} y = \begin{vmatrix} a & \alpha \\ c & \beta \end{vmatrix}$$

特に $D := \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \neq 0$ のとき

$$x = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} \alpha & b \\ \beta & d \end{vmatrix}, \quad y = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} a & \alpha \\ c & \beta \end{vmatrix}$$

これをクラメールの公式と言います。

クラメールの公式-例

$$\begin{cases} 2x + 4y = 6 \\ 4x + 4y = 8 \end{cases}$$

を解きます.

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 4 \end{vmatrix} = 2 \cdot 4 - 4 \cdot 4 = -8 \neq 0$$

からクラメールの公式が適用できます. 実際

$$x = -\frac{1}{8} \begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 8 & 4 \end{vmatrix} = -\frac{1}{8}(6 \cdot 4 - 8 \cdot 4) = -\frac{1}{8}(-8) = 1$$

$$y = -\frac{1}{8} \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 8 \end{vmatrix} = -\frac{1}{8}(2 \cdot 8 - 4 \cdot 6) = -\frac{1}{8}(-8) = 1$$