MSF 2020L01
04124

①

I $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}2\\5\\1\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\3\\-2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\-1\\0\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix}3 & -1\\ -2 & 0\end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix}1 & 3\\ -2 & 0\end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix}1 & 3\\ 3 & -1\end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2\\-6\\-10\end{pmatrix} = -2\begin{pmatrix}1\\3\\-5\end{pmatrix}$ +

なので A(1, 2, 3) を通り法線ベクトルが $\begin{pmatrix}1\\3\\-5\end{pmatrix}$ の

$(x-1) + 3(y-2) - 5(x-3) = 0$ +

+

II (1) $z = x^2 - xy + y^2$ に対して

$z_x = 2x - y,\ z_y = -x + 2y$

なので $z_x(0, 1) = -1,\ z_y(0, 1) = 2,\ z(0, 1) = 1$ である

$z = -x + 2(y-1) + \cancel{?}\ 1$

が求める接平面である.

(2) $z = xy - 3x + 3y - 1$ に対して

$z_x = y - 3,\ z_y = x + 3$

なので

$z_x(0, 0) = -3,\ z_y(0, 0) = 3$ である.

$z = -3x + 3y - 1$

が求める接平面である

問 $xy - 3x + 3y - 1 = 0$ を図示せよ

(大昔の高校1年生の問題)

III $g(x,y)=x^2-\frac{1}{4}y^2+1$ に対して

$g_x=2x$, $g_y=-\frac{1}{2}y$ なので

$$\nabla(g)(x,y)=\begin{pmatrix}2x\\-\frac{1}{2}y\end{pmatrix} \text{ 特に } \nabla(g)\left(\frac{1}{2},\sqrt{5}\right)=\begin{pmatrix}1\\-\frac{\sqrt{5}}{2}\end{pmatrix}$$

である．求める接線は

$$\left(x-\frac{1}{2}\right)-\frac{\sqrt{5}}{2}\left(y-\sqrt{5}\right)=0$$

Ⅲの補足

$x^2 - \frac{y^2}{4} + 1 = 0$ は

右図の双曲線を表す.