MSF 2020L01
04124

I $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ -10 \end{pmatrix} = -2 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}$$

+

なので A(1, 2, 3) を通り法線ベクトルが $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}$ の

$$(x-1) + 3(y-2) - 5(x-3) = 0$$

+

+

II (1) $z = x^2 - xy + y^2$ に対して

$z_x = 2x - y,\ z_y = -x + 2y$

なので $z_x(0,1) = -1,\ z_y(0,1) = 2$ である

$z = -x + 2(y-1) + 2$

が求める接平面である

(2) $z = xy - 3x + 3y - 1$ に対して

$z_x = y - 3,\ z_y = x + 3$

なので

$z_x(0,0) = -3,\ z_y(0,0) = 3$ である

$z = -3x + 3y - 1$

が求める接平面である

問 $xy - 3x + 3y - 1 = 0$ を図示せよ

(大昔の高校1年生の問題)

III　$g(x, y) = x^2 - \frac{1}{4}y^2 + 1$ に対して

$g_x = 2x$, $g_y = -\frac{1}{2}y$ なので

$$\nabla(g)(x, y) = \begin{pmatrix} 2x \\ -\frac{1}{2}y \end{pmatrix} \quad 特に \nabla(g)\left(\frac{1}{2}, \sqrt{5}\right) = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{\sqrt{5}}{2} \end{pmatrix}$$

である．求める接線は

$$\left(x - \frac{1}{2}\right) - \frac{\sqrt{5}}{2}\left(y - \sqrt{5}\right) = 0$$

Ⅲの補足

$x^2 - \frac{y^2}{4} + 1 = 0$ は

右図の双曲線を表す．