

$$\text{I} \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \xi - \eta \\ \xi + \eta \end{pmatrix}$$

∴  $x + y = \sqrt{2} \xi$ ,  $xy = \frac{1}{2} (\xi^2 - \eta^2)$  となる.

$$\begin{aligned} x^2 + 3xy + y^2 &= (x + y)^2 + xy \\ &= 2\xi^2 + \frac{1}{2}(\xi^2 - \eta^2) \\ &= \frac{5}{2}\xi^2 - \frac{1}{2}\eta^2 \end{aligned}$$

∴  $\xi, \eta$  の 2 曲線系は 1) 双曲線標準形である.

$$\frac{5}{2}\xi^2 - \frac{1}{2}\eta^2 = 1$$

と書ける.

$$\text{II} \quad \left( \begin{pmatrix} a & c \\ c & e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \right) = \left( \begin{pmatrix} ax + cy \\ cx + ey \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \right)$$

$$= x(ax + cy) + y(cx + ey)$$

$$= ax^2 + 2cxy + ey^2$$