

$$\text{I } g(x, y) = x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{3}} - 1 \text{ である}$$

$$g_x = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{3}}, \quad g_y = \frac{1}{3} x^{\frac{1}{2}} y^{-\frac{2}{3}}$$

$$g_x(1, 1) = \frac{1}{2}, \quad g_y(1, 1) = \frac{1}{3} \text{ である. 2つの点での接線の}$$

法線式は

$$\frac{1}{2}(x-1) + \frac{1}{3}(y-1) = 0$$

$$\text{II } g(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 1 \text{ である}$$

$$g_x = 2x + y, \quad g_y = x + 2y$$

$$\text{である. } g_x(1, 0) = 2, \quad g_y(1, 0) = 1 \text{ である. 2つの点での}$$

法線式の法線式は

$$2(x-1) + y = 0$$

$$\text{III } \begin{cases} x - y = 1 - z \\ 2x + y = -1 - z \end{cases}$$

$$\text{である. } \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 3 \neq 0 \text{ であるから } x, y \text{ について}$$

$$x = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} 1-z & -1 \\ -1-z & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{3} \{ (1-z) - (1+z) \} = -\frac{2}{3}z$$

$$y = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} 1 & 1-z \\ 2 & -1-z \end{vmatrix} = \frac{1}{3} (-1-z - 2(1-z)) = \frac{1}{3}(z-3)$$