I $f(t) = \dfrac{2}{t} + \log t$

$$f'(t) = -\frac{2}{t^2} + \frac{1}{t} = \frac{t-2}{t^2}$$

$$f''(t) = \frac{4}{t^3} - \frac{1}{t^2} = \frac{4-t}{t^3}$$

真数条件から $t > 0$ であるので

$$f'(t) \gtreqqless 0 \iff t-2 \gtreqqless 0 \iff t \gtreqqless 2$$

$$f''(t) \gtreqqless 0 \iff 4-t \gtreqqless 0 \iff t \lesseqqgtr 4$$

となる。これから増減表は以下。

t	(0)		2		4	
f'	/	$-$	0	$+$	$+$	$+$
f''	/	$+$	$+$	$+$	0	$-$
f	/	↘	$1+\log 2$	↗	$\frac{1}{2}+2\log 2$	↗

---

1) $t \to +\infty$ のとき $\dfrac{2}{t} \to 0$, $\log t \to +\infty$ なので

$$y = \frac{2}{t} + \log t \to +\infty$$

2) $t \to +0$ のとき

$$\frac{2}{t} + \log t = \frac{1}{t}(2 + t\log t)$$

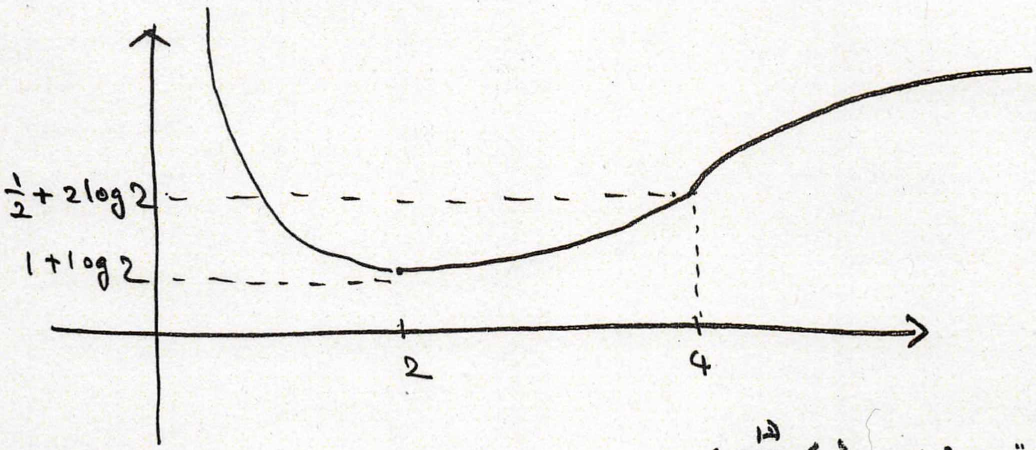
において $\dfrac{1}{t} \to +\infty$, $2 + t\log t \to 2 + 0 = 2 > 0$

なので

$$y = \frac{1}{t}(2 + t\log t) \to +\infty$$

がわかる。

3) $f(2) = 1 + \log 2 > 0$ に注意すると $f(t) > 0\ (t > 0)$ が分かる. グラフは以下



(前後のページに GNUPlot)

II $f(t) = \dfrac{1}{\sqrt{1-t}}$ $(t < 1)$

のとき

$$f'(t) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(1-t)^{\frac{3}{2}}} \cdot (-1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(1-t)^{\frac{3}{2}}}$$

$$f''(t) = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) \frac{1}{(1-t)^{\frac{5}{2}}} \cdot (-1)$$

$$= \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{(1-t)^{\frac{5}{2}}}$$

となる. $t < 1$ かつ $t \neq 0$ を満たすとき

$$\frac{1}{\sqrt{1-t}} = 1 + \frac{1}{2} t + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{(1-c)^{\frac{5}{2}}} t^2$$

を満たす c が 0 と t の間に存在する.

Ⅲ　$f(t) = \log(1+t) \quad (t > -1)$

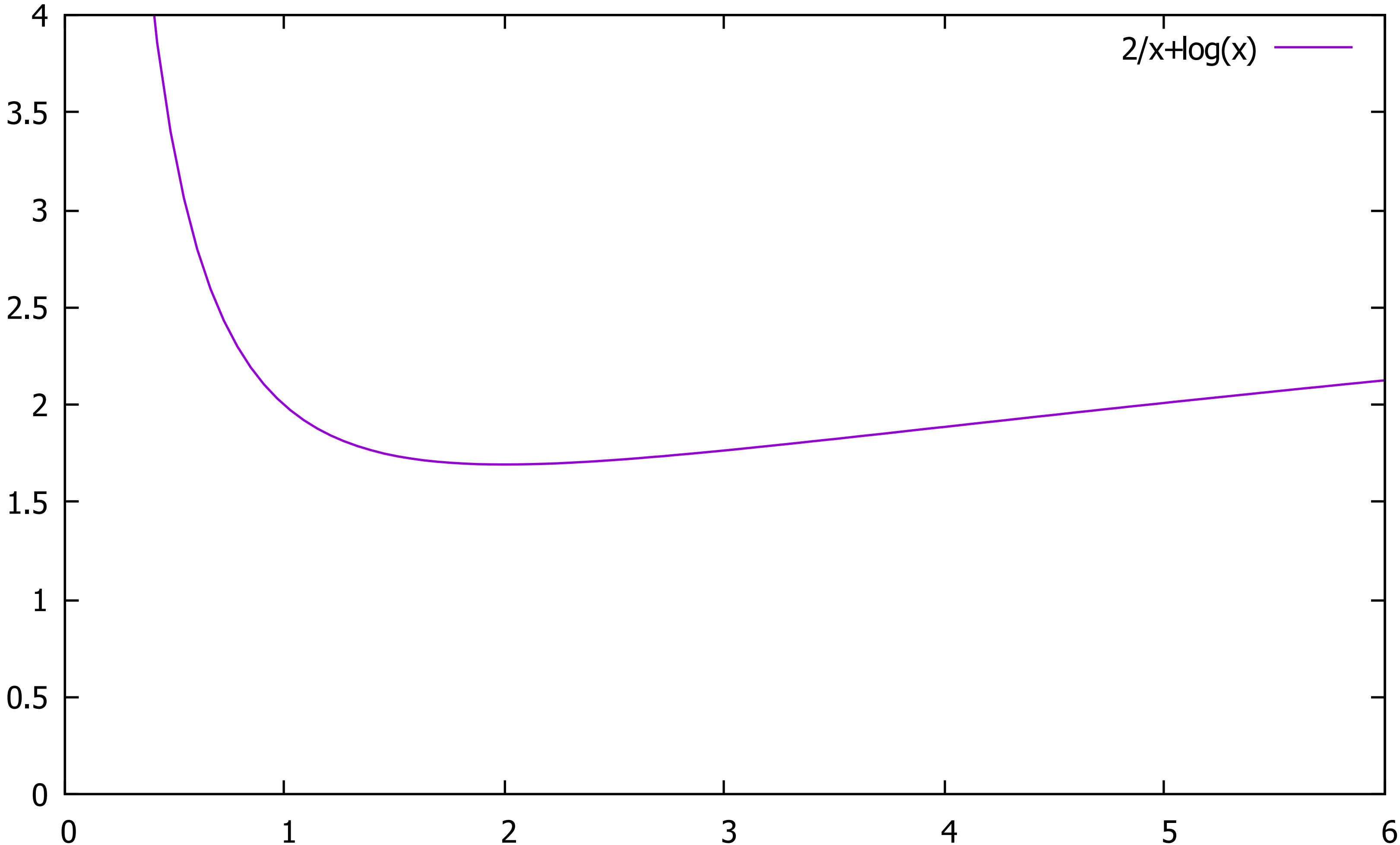
のとき

$$f'(t) = \frac{1}{1+t}, \quad f''(t) = -\frac{1}{(1+t)^2}$$

となる。$t > -1$ が $t \neq 0$ を満たすとき、

$$\log(1+t) = t - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(1+c)^2} t^2$$

を満たす c が 0 と t の間に存在します。



4
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
0
1
2
3
4
5
6
2/x+log(x)