VI　$x_0 = \dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$ とおくと　$x_0^2 - x_0 + 1 = 0$ が成立する。

$$
\begin{array}{r|l}
 & ax^2 \quad - ax \quad + (1-a) \\
\hline
x^2 - x + 1 & ax^4 - 2ax^3 + (a+1)x^2 - bx - b \\
 & ax^4 - ax^3 + ax^2 \\
\hline
 & \quad - ax^3 + x^2 - bx \\
 & \quad - ax^3 + ax^2 - ax \\
\hline
 & \qquad (1-a)x^2 - (b-a)x - b \\
 & \qquad (1-a)x^2 - (1-a)x + (1-a) \\
\hline
 & \qquad\qquad (1-b)x + a - b - 1
\end{array}
$$

下の筆算から

$$f(x) = Q(x)(x^2 - x + 1) + (1-b)x + a - b - 1$$

と割り算できる。$x = x_0$ を代入すると

$$0 = f(x_0) = (1-b)x_0 + a - b - 1$$

となる　もし $b \neq 1$ ならば $x_0 \in \mathbb{R}$ となるのであり得ない。

よって　$b = 1$ である　さらに

$$a - b - 1 = 0$$

より　$a = 2$ となる。

注　1) $\omega \notin \mathbb{R}$ のとき

$$a, b \in \mathbb{R},\quad a\omega + b = 0 \Rightarrow a = b = 0$$

となる。これを知っていると最後は簡単か？

2) $\overline{x_0}$ についても　$(\overline{x_0})^2 - \overline{x_0} + 1 = 0$ となることにも注意しよう