

III (1) V が A 不変 $\Rightarrow V^\perp$ は A^* 不変.

V が A 不変 である

$\vec{w} \in V^\perp$ である. $\vec{v} \in V$ とする.

$$\langle A^* \vec{w}, \vec{v} \rangle = \langle \vec{w}, A \vec{v} \rangle$$

(= 2'112 $A \vec{v} \in V, \vec{w} \in V^\perp$ より)

$$\langle A^* \vec{w}, \vec{v} \rangle = 0$$

から従う. $\vec{v} \in V$ は任意にとれるから

$$\underline{A^* \vec{w} \in V^\perp}$$

から従う.

(1) Σ に対して

V^\perp が A^* 不変 $\Rightarrow (V^\perp)^\perp$ は $(A^*)^*$ 不変.



V は A 不変.

より簡単に示せる.

$$\text{ker } A^* \cap \perp V \subseteq \text{ker } A \cap \perp V \quad (1)$$

ker A 中の V

$$\langle A^* \omega, \omega \rangle = \langle \omega, \omega A \rangle$$

$$\langle \omega, \omega A \rangle = 0 \implies \langle \omega, \omega A \rangle = 0$$

$$0 = \langle \omega, \omega A \rangle$$

ker A 中の V 中の V 中の V

$$\perp V \subseteq \text{ker } A$$

ker A

ker A (1)

$$\text{ker } A^* \cap \perp V \subseteq \text{ker } A \cap \perp V$$



$$\text{ker } A \cap \perp V$$

ker A 中の V