前回の演習 II

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $\vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^2$ とする

${}^tA = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$ とするとき

$$(A\vec{v}, \vec{w}) = (\vec{v}, {}^tA\vec{w})$$

$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ とする. $A = (\vec{\alpha}\ \vec{\beta})$ とする. ${}^tA = \begin{pmatrix} {}^t\vec{\alpha} \\ {}^t\vec{\beta} \end{pmatrix}$

に注意する.

$$\begin{aligned}(A\vec{v}, \vec{w}) &= (v_1\vec{\alpha} + v_2\vec{\beta}, \vec{w}) \\ &= v_1(\vec{\alpha}, \vec{w}) + v_2(\vec{\beta}, \vec{w}) \\ &= \left(\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} (\vec{\alpha}, \vec{w}) \\ (\vec{\beta}, \vec{w}) \end{pmatrix}\right) \\ &= \left(\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} {}^t\vec{\alpha}\,\vec{w} \\ {}^t\vec{\beta}\,\vec{w} \end{pmatrix}\right) \\ &= (\vec{v}, {}^tA\vec{w})\end{aligned}$$

最後に $\underbrace{\ \ }_{\text{2次正方行列}}$ $B = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{b}_2 \end{pmatrix}$ について

$$B\vec{w} = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_1\vec{w} \\ \mathbf{b}_2\vec{w} \end{pmatrix}$$

を用いている.