I　Q_1, Q_2 が直交ならば Q_1Q_2 は直交

仮定より　$${}^tQ_1Q_1 = Q_1{}^tQ_1 = I_n \quad \cdots ①$$

$${}^tQ_2Q_2 = Q_2{}^tQ_2 = I_n \quad \cdots ②$$

$${}^t(Q_1Q_2)Q_1Q_2 = {}^tQ_2{}^tQ_1Q_1Q_2 \overset{①}{=} {}^tQ_2I_nQ_2$$

$$= {}^tQ_2Q_2 \underset{②}{=} I_n$$

$$Q_1Q_2{}^t(Q_1Q_2) = Q_1Q_2{}^tQ_2{}^tQ_1$$

$$\underset{②}{=} Q_1I_n{}^tQ_1 = Q_1{}^tQ_1 \underset{①}{=} I_n$$

より　$${}^t(Q_1Q_2)Q_1Q_2 = Q_1Q_2{}^t(Q_1Q_2) = I_n$$

となるので Q_1Q_2 は直交行列である

II　$A \in M_n(\mathbb{R})$ が対称で正則ならば A^{-1} も対称

$$A \cdot A^{-1} = I_n$$

の両辺を転置すると

$${}^t(A^{-1}){}^tA = {}^tI_n = I_n$$

さらに A は対称なので ${}^tA = A$ となるので

$${}^t(A^{-1})A = I_n$$

となる．右から A^{-1} をかけると

$${}^t(A^{-1}) = A^{-1}.$$

を得る．よって A^{-1} は対称である．