$z_n = x_n + i y_n \longrightarrow \alpha = a + ib$

$\Leftrightarrow |z_n - \alpha| = \sqrt{(x_n - a)^2 + (y_n - b)^2}$

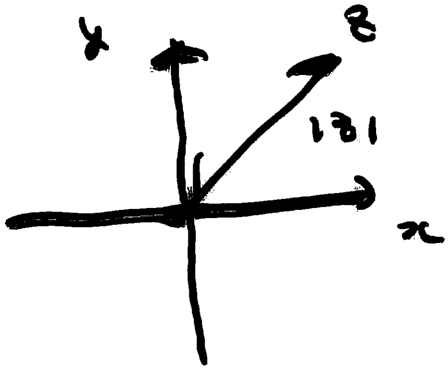
$\longrightarrow 0$

(x, y)

$\updownarrow$

$z = x + iy$

$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$



Gauss 平面

$$0 \leq \begin{Bmatrix} |x_n - a| \\ |y_n - b| \end{Bmatrix} \leq |z_n - \alpha| \leq |x_n - a| + |y_n - b|$$

$$z_n \longrightarrow \alpha \Leftrightarrow \begin{matrix} x_n \to a \\ y_n \to b \end{matrix}$$

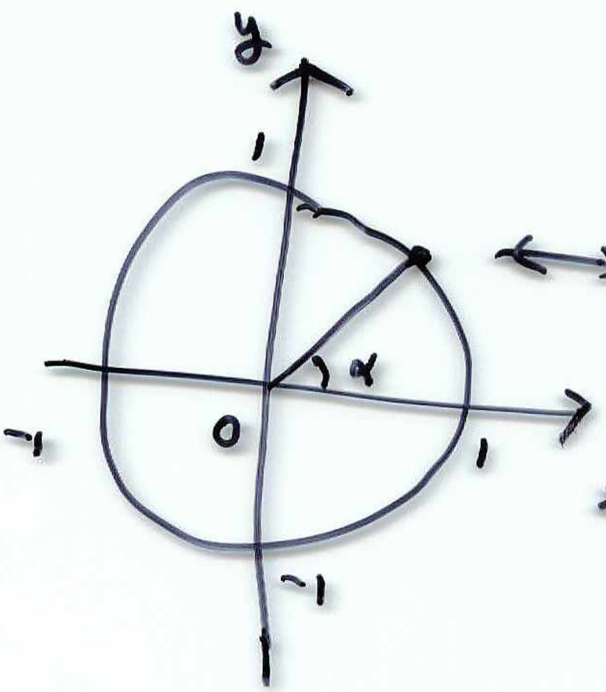
- $\sum_{n=0}^{+\infty} |z_n| < +\infty \Rightarrow \sum_{n=0}^{+\infty} z_n$: 收敛.

实级数意义　　　　三角不等式.

- $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{|z^n|}{n!} = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{|z|^n}{n!} = e^{|z|} < +\infty$

$|z_1 z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$

Gauß 平面



$\longleftrightarrow (\cos\alpha, \sin\alpha)$

$\updownarrow$

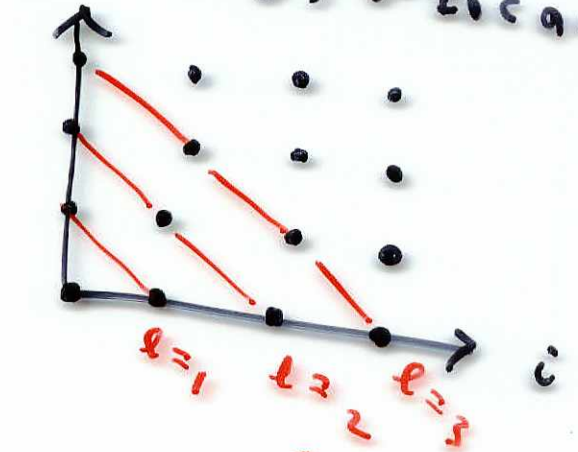
$e^{i\alpha}$

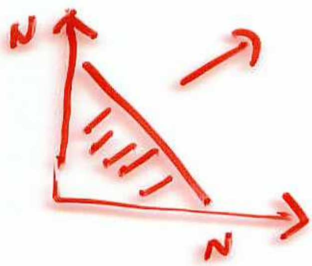
$$\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \cos\beta & -\sin\beta \\ \sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} = ?$$

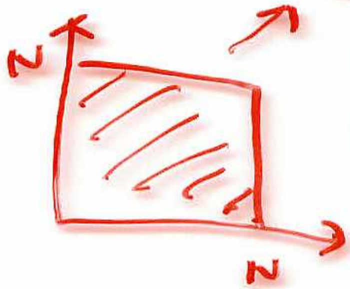
$\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, \dots\}$

$\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ Zahl

(i, j) が [illegible]







$$\lim_{N\to\infty} \sum_{0\le i,j\le N} |a_{ij}| < +\infty$$

$$\Longrightarrow \lim \sum_{0\le i,j\le N} a_{ij} = \lim \sum_{\triangle} a_{ij}$$

$$(z+w)^l = \sum_{i=0}^{l} {}_lC_i \, z^i w^{l-i}$$

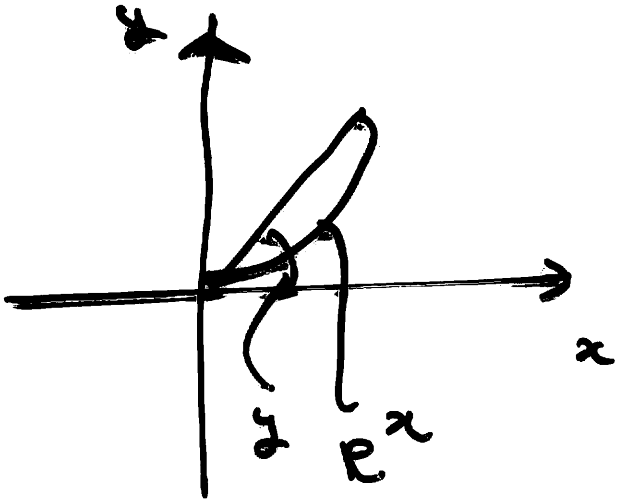
2項定理

$${}_lC_i = \frac{l!}{i!\,j!}$$

$j = l - i$

$$e^z = e^x \, e^{iy} = e^x(\cos y + \sqrt{-1}\sin y)$$

$z = x + \sqrt{-1}\, y$



$$\left| e^x \cdot (\cos y + \sqrt{-1}\, y) \right|$$

$$= e^x \cdot \left| \cos y + \sqrt{-1} \sin y \right|$$

$$= e^x \sqrt{\cos^2 y + \sin^2 y}$$

$$= e^x .$$

$$f'(\alpha) = \lim_{t \to \alpha} \frac{f(t) - f(\alpha)}{t - \alpha}$$ として定義する

$$\frac{f(t) - f(\alpha)}{t - \alpha} = \frac{f_1(t) - f_1(\alpha)}{t - \alpha} + \sqrt{-1}\,\frac{f_2(t) - f_2(\alpha)}{t - \alpha}$$

$t - \alpha \in \mathbb{R}$

$b \in \mathbb{R}$ $\quad a \in \mathbb{R}$

- $(e^{ibx})' = i b e^{ibx}$

$$(e^{at})' = a e^{at}$$

$\alpha \in \mathbb{C}$

$$(e^{\alpha x})' = \alpha e^{\alpha x}$$

$$f''(t) + f(t) = 0 \Longleftrightarrow \lambda^2 + 1 = 0$$

$$f(t) = f(0) \cos t + f'(0) \sin t$$

新世社. コアテキスト.
最後の章.

X 確率変数　$\xi \in \mathbb{R}$

$$\varphi(\xi) = E[e^{iX\xi}]$$ 特性関数

$f(x)$: Xの確率密度関数

$$\varphi(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ix\xi} f(x)\,dx$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(x\xi) f(x)\,dx + \sqrt{-1}\int_{-\infty}^{+\infty} \sin(x\xi)\,dx$$

例4.2.1　X:2項変数　$q = 1-p$

$$P(X=k) = {}_nC_k\, p^k q^{n-k}$$

$\varphi(\xi)$　$(k = 0, 1, 2, \cdots, n)$

$$= E[e^{iX\xi}] = \sum_{k=0}^{n} P(X=k)\, e^{ik\xi}$$

$$e^{i\alpha} e^{i\beta} = e^{i(\alpha+\beta)}$$

$$(e^{ik\xi}) = (e^{i\xi})^k$$

$$= \sum_{k=0}^{n} {}_nC_k (p e^{i\xi})^k \times (1-p)^{n-k}$$

$$= (p e^{i\xi} + q)^n$$

となる。

$$\left(\frac{1}{\alpha} e^{\alpha x}\right)' = \frac{1}{\alpha}\cdot \alpha e^{\alpha x} = e^{\alpha x}$$

$$\lambda > 0$$

$$X \sim \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$$

指数分布.

$$\hat{f}(\xi) = \int_0^{+\infty} e^{ix\xi} \cdot \lambda e^{-\lambda x} dx$$

$$= \lambda \underbrace{\int_0^{+\infty} \cos x\xi \, e^{-\lambda x} dx}_{= I}$$

$$+ \sqrt{-1} \lambda \underbrace{\int_0^{+\infty} e^{ix\xi} e^{-\lambda x} dx}_{J}$$

I, J を求める方法は ノート

$$= \lambda \int_0^{+\infty} e^{(-\lambda + i\xi)x} dx$$

$$= \lambda \left[\frac{1}{-\lambda + i\xi} e^{(-\lambda + i\xi)x} \right]_0^{+\infty}$$

$\lambda > 0$ に注意.

$$\left| e^{-\lambda x} \cdot e^{i\xi} \right| = e^{-\lambda x} \longrightarrow 0 \quad (x \to +\infty)$$

$$e^{-\lambda x} \cdot e^{i\xi} \longrightarrow 0$$

$$= \frac{\lambda}{\lambda - i\xi}$$

レポート

$X \sim f(x)$

$Y \sim f(y)$

独立.

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & (x \geqq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$$

$Z_2 = X + Y$

$z \geqq 0$ で考える.

$$\sim h(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(z-y) f(y) dy$$

$$\int_0^z$$

$Z_3 = Z_2 + Z = X + Y + Z$ の確率密度

を計算.

$Z \sim f(z)$

X, Y, Z 独立.