

第2章 数学Ⅰ内Ⅱ (1) - 1 問題

I $\mathbb{R}$ の関数 f の極値を求めよ。 (極大・極小を判定する) ϵ

(1) $xy(2-x-y)$

(2) $xy(x^2+y^2+1)$

(3) $(x^2+y^2)e^{x-y}$

II $x^2+y^2-1=0$ の上 $z=x^3+y^3$ の極値点を求めよ。

III $x^2+xy+y^2=1$ の上 $z=xy$ の極値を求めよ。

IV $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ の対称行列とある。 A は

$$(\vec{x}, \vec{y}) = 0 \Rightarrow (A\vec{x}, \vec{y}) = 0$$

を満たす $\vec{x} \neq 0$ と $\vec{y} \neq 0$ と

$$A = a I_3 \quad (a \in \mathbb{R})$$

となることを示せ。

(1) $\mathbb{R}^4$ 中 2次元の部分空間

$$V = \mathbb{R} \vec{a}_1 + \mathbb{R} \vec{a}_2$$

$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

により定める. $\vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ の V への正射影を

求めよ. (1)より $\vec{a}_3$ の V への正射影を求めよ.)

(2) $W = \mathbb{R} \vec{a}_1 + \mathbb{R} \vec{a}_2 + \mathbb{R} \vec{a}_3$ とする. (1) 2' の正射影を求めよ.

$$\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3 \in W$$

$$\textcircled{1} (\vec{p}_i, \vec{p}_j) = \begin{cases} 1 & (i=j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases}$$

$$\textcircled{2} W = \mathbb{R} \vec{p}_1 + \mathbb{R} \vec{p}_2 + \mathbb{R} \vec{p}_3$$

$\vec{a}_3$ の W への正射影を $\vec{w}_3$ とする. (Hint: $\vec{a}_3$ の V への正射影を $\vec{v}_3$ とする.)

$$(\vec{a}_3 - \vec{v}_3) \perp V$$

から成る.

(3) $\vec{e} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ の W への正射影を求めよ.

V $\Rightarrow R$ 9 $2 \Rightarrow R$ 由 系 列 9 7 係 導 引 3 Σ 求 出 5.

$$(1) \quad x^2 + 4y^2 - 4xy - 8x + 6y = 0$$

$$(2) \quad x^2 + y^2 + 2xy + 4\sqrt{2}y - 8 = 0$$

$$VI \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ -4 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{と 3}$$

(1) A 2 直 交 行 列 2" 3 角 形 世 5.

(2) $(A\vec{x}, \vec{x})$ 9 $\|\vec{x}\| = 1$ 9 7 2" 9 $\frac{A}{2}$ 2 直 交.
最 小 値 2 求 出 5.

$$(\Leftrightarrow \quad P \text{ 直 交 } a \text{ 2 } \|\vec{x}\| = 1 \Leftrightarrow \|{}^t P \vec{x}\| = 1$$

2 用 11 5. 同 じ 問 題 は 2 3 元 2" 考 2 $T_2 = \varepsilon 1$ 2 注 意. 5.)