

12月19日・1.テスト

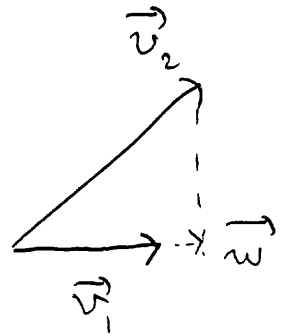
$V = \mathbb{R} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \mathbb{R} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ とある。 V の

正交基底を求めよ。

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ とある。}$$

$\vec{v}_2$ の $\vec{v}_1$ 方向への正射影は

$$\vec{w} = \frac{(\vec{v}_1, \vec{v}_2)}{\|\vec{v}_1\|^2} \vec{v}_1 = \frac{4}{3} \vec{v}_1$$



とある。これを

$$\vec{v}_2 - \vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \frac{4}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

は $\vec{v}_1$ に垂直である。

$$\vec{v}_2 - \vec{w} \perp \vec{v}_1$$

これを規格化

$$\vec{p}_1 = \frac{1}{\|\vec{v}_1\|} \vec{v}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{p}_2 = \frac{1}{\|\vec{v}_2 - \vec{w}\|} (\vec{v}_2 - \vec{w}) = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{よって } (\vec{p}_1, \vec{p}_2) = 0, \quad \|\vec{p}_1\| = \|\vec{p}_2\| = 1$$

である。