I

(1) $\left\{(1+t^2)^{\frac{3}{2}}\right\}' = \frac{3}{2}(1+t^2)^{\frac{1}{2}} \cdot (1+t^2)'$

$\boxed{\frac{d\left(u^{\frac{3}{2}}\right)}{du} = \frac{3}{2}u^{\frac{1}{2}}}$

$= \frac{3}{2}(1+t^2)^{\frac{1}{2}} \cdot 2t$

$= 3t(1+t^2)^{\frac{1}{2}}$

(2) $\left(\frac{t^2}{1+t^2}\right)' = \frac{(t^2)' \cdot (1+t^2) - t^2 \cdot (1+t^2)'}{(1+t^2)^2}$

$= \frac{2t \cdot (1+t^2) - t^2 \cdot 2t}{(1+t^2)^2}$

$= \frac{2t}{(1+t^2)^2}$

(3) $\left\{\frac{1}{(x^2+1)^3}\right\}' = -\frac{3}{(x^2+1)^4} \cdot (x^2+1)'$

$\boxed{\frac{d}{du}\left(\frac{1}{u^3}\right) = -\frac{3}{u^4}}$ $= -\frac{6x}{(x^2+1)^4}$

(4) $\left\{(3-2x^2)^3\right\}' = 3(3-2x^2)^2 \cdot (-4x)$

$= -12x(3-2x^2)^2$

II $y = x + \frac{1}{x}$ $(x \neq 0) \to x^2 > 0$

$y' = 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - 1}{x^2}$ $x^2 > 0$

$y' \gtreqless 0 \iff x^2 \gtreqless 1$

x		-1		(0)		1	
y'	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
y	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$(-\infty) \mid (+\infty)$	$\searrow$	2	$\nearrow$

- $g(x) \longrightarrow A \in \mathbb{R}$, $f(x) \longrightarrow +\infty, -\infty$

  $(x \to a)$ $(x \to a)$

$\Rightarrow f(x) + g(x) \longrightarrow +\infty$

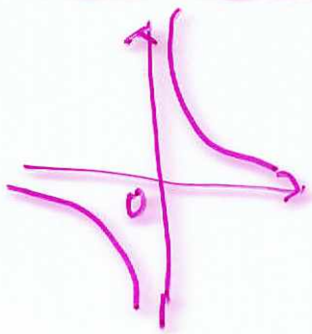
$-\infty$

- $x \to +\infty$ のとき $x + \frac{1}{x} \longrightarrow +\infty$
- $x \to -\infty$ のとき $x + \frac{1}{x} \longrightarrow -\infty$

  $\frac{1}{x} \longrightarrow 0 \quad (x \to -\infty)$

- $x \to +0, -0$ $x + \frac{1}{x} \to +\infty$

  $x > 0$ のときは $x \to 0$ $-\infty$

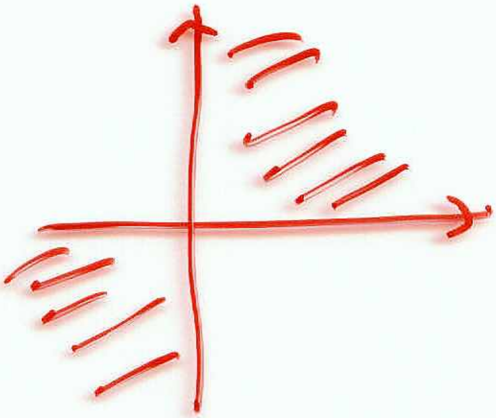


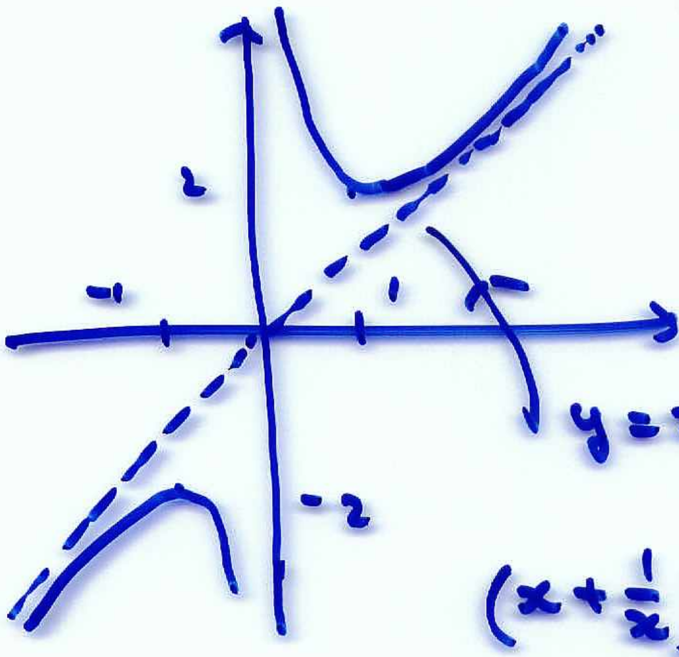
$x \to +0$ のとき $\frac{1}{x} \to +\infty$

$x \to -0$ のとき $\frac{1}{x} \to -\infty$

$y = \dfrac{x^2+1}{x}$ $\quad x^2+1 > 0$

$y \gtrless 0 \iff x \gtrless 0$





$\left(x + \dfrac{1}{x}\right) - x = \dfrac{1}{x} \to 0$

$(x \to \pm\infty)$

$y = x$ は $x \to +\infty$

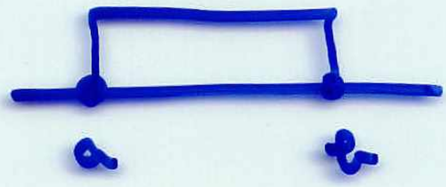
$(x \to -\infty)$

のときの <u>漸近線</u>

asymptotic line

平均値の定理. CT 108 page.

$f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$



(a, b) 上 微分可能
$[a, b]$ 上 連続

$$\Longrightarrow \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$$

となる $(a<)c(<b)$ が存在する.

・ $\displaystyle\lim_{x \to \alpha} \frac{g(x) - g(\alpha)}{x - \alpha}$ local 局所的

・ (a, b) 上 狭義単調増加

$f(x) < f(y) \quad (a < x < y < b)$

Global 大域的

定理 f: (a, b) 上 微分可能

$f'(x) > 0$ <0 減少

$\Longrightarrow$ f は (a, b) 上 狭義単調増加.

$a < x < y < b.$

$$\frac{f(y) - f(x)}{\underset{0<}{y - x}} = f'(c) < 0$$

をみたす c が $x < c < y$ にある.

$$\overset{<0}{f(y) - f(x) > 0}$$

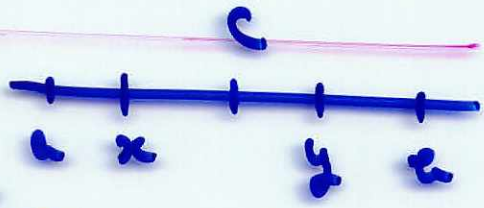
$$\rightsquigarrow \quad f(y) \underset{<}{>} f(x)$$

<u>定理</u> f: (a, b) で微分できて

$$f'(x) = 0 \quad (x \in (a, b))$$

$$\Longrightarrow \quad f(x) \equiv C$$

(f は定数関数)



$$\frac{f(y) - f(x)}{y - x} = f'(c) = 0$$

$$\rightsquigarrow \quad f(y) = f(x)$$

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ 微分可能 $\alpha \in \mathbb{R}$

$$f'(x) = \alpha f(x) \quad (x \in \mathbb{R})$$

$$\Rightarrow \quad f(x) = f(0)\, e^{\alpha x}$$

$$(f(x)\, e^{-\alpha x})' = \overset{\alpha f(x)}{\overset{\parallel}{\boxed{f'(x)}}} \cdot e^{-\alpha x} + f(x) \cdot (-\alpha) e^{-\alpha x}$$

$$= f(x) \cdot e^{-\alpha x} (\alpha - \alpha)$$

$$\equiv 0$$

c : 定数

$$(e^{ct})' = c\, e^{ct}$$

$$\frac{d e^u}{du} = e^u$$

$$(e^{ct})' = e^{ct} \cdot (ct)' = c\, e^{ct}$$

$$f(x) \cdot e^{-\alpha x} \equiv f(0) \cdot e^{-\alpha 0} = f(0)$$

$e^{\alpha x}$.

↑ xによらず等し…

$$f(x) = f(0)\, e^{\alpha x}$$

1次近似式 $\rightsquigarrow$ Taylor展開.

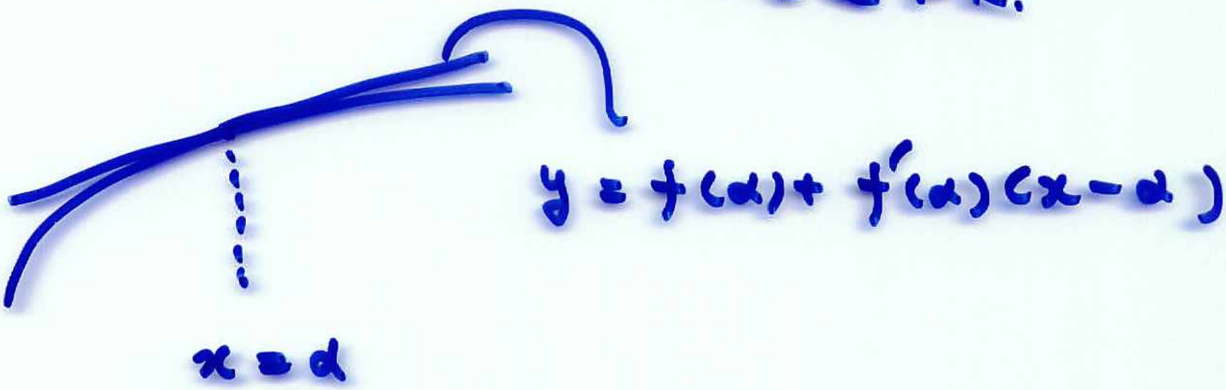
$$\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha} \longrightarrow f'(\alpha)$$ ほぼ等しく..

$$|x-\alpha| \sim 0 \rightsquigarrow \frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha} \fallingdotseq f'(\alpha)$$

0に近い..

$$\boxed{f(x) \fallingdotseq f(\alpha)+f'(\alpha)(x-\alpha)}$$

$f(x)$ の $x=\alpha$ における
1次近似式.



(例) $y=\sqrt{x}$ $\quad (\sqrt{x})'=\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{x}}$

$$\sqrt{x} \fallingdotseq \sqrt{1}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{1}}(x-1)$$

$$= 1+\frac{1}{2}(x-1)$$ $x-1=h$ とおく.

$$\sqrt{1+h} \fallingdotseq 1+\frac{1}{2}h.$$

1次近似式.

$$\sqrt{0.9} \fallingdotseq 1+\frac{1}{2}\cdot(-0.1)=0.95$$

I $f'(x) = 3f(x)$, $f(0) = 5$

をみたす $f(x)$.

II (1) $\sqrt[3]{0.95} \fallingdotseq$?

(2) $\log 0.95 \fallingdotseq$?

III. $y = t^2 e^{-t}$ の増減表

IV $y = t\log t$ $(t > 0)$ の増減

V $y \underset{}{=} \log(1+t) \overset{}{=} f(t)$ とする.

$f'(t)$, $f''(t)$, $f'''(t)$, $\cdots$

として $f^{(n)}(t)$ を求める