

5月9日 演習 終了.

1

$$I(1) \quad \sum_{k=1}^n (k^3 - k) \quad \Sigma \text{ 求めよ.}$$

$$k^3 - k = (k+1)k(k-1)$$

$$= \frac{1}{4} \{ (k+2)(k+1)k(k-1) - (k+1)k(k-1)(k-2) \}$$

2" 次 の 差 "

$$f(k) = \frac{1}{4} (k+2)(k+1)k(k-1)$$

と 表 せ

$$\sum_{k=1}^n (k^3 - k) = \sum_{k=1}^n (f(k) - f(k-1))$$

$$= f(n) - f(0)$$

$$= \frac{1}{4} (n+2)(n+1)n(n-1)$$

2" 次 の 差 . ■

$$(2) \quad \sum_{k=1}^n k^3 \quad \Sigma \text{ 求めよ.}$$

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \sum_{k=1}^n (k^3 - k) + \sum_{k=1}^n k$$

$$= \frac{1}{4} (n+2)(n+1)n(n-1) + \frac{n(n+1)}{2}$$

$$= \frac{1}{4} n(n+1) \{ (n+2)(n-1) + 2 \}$$

$$= \frac{1}{4} n(n+1) \times n(n+1)$$

$$= \frac{1}{4} n^2 (n+1)^2$$

$$\text{II } f(x) = \frac{1}{2+x} \quad \text{ist } f'(x) = ? \quad (x \neq -2)$$

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{1}{h} \times \left(\frac{1}{2+x+h} - \frac{1}{2+x} \right)$$

$$= \frac{1}{h} \times \frac{-h}{(2+x)(2+x+h)} = - \frac{1}{(2+x)(2+x+h)}$$

$$\{h_n\} \text{ s.t. } h_n \neq 0, \lim_{n \rightarrow +\infty} h_n = 0 \text{ ist } \frac{1}{h_n} \text{ ist } \frac{1}{h_n} \text{ ist}$$

$$h = h_n \text{ ist } \frac{1}{h_n} \text{ ist}$$

$$\frac{f(x+h_n) - f(x)}{h_n} = - \frac{1}{(2+x)(2+x+h_n)}$$

$$\longrightarrow - \frac{1}{(2+x)} \cdot \frac{1}{2+x}$$

$$= - \frac{1}{(2+x)^2} \quad (n \rightarrow +\infty)$$

$$\text{ist } \frac{1}{h_n} \text{ ist } \frac{1}{h_n} \text{ ist}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = - \frac{1}{(2+x)^2}$$

$$\text{III } g(x) = \frac{1}{x^3} \quad (x \neq 0) \text{ である. } x \neq 0 \text{ ならば } x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

$$g'(x) \text{ は } x \neq 0 \text{ である.}$$

$h \neq 0 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ である.

$$\begin{aligned} \frac{g(x+h) - g(x)}{h} &= \frac{\frac{1}{(x+h)^3} - \frac{1}{x^3}}{h} \\ &= \frac{1}{h} \cdot \frac{x^3 - (x+h)^3}{x^3(x+h)^3} = \frac{1}{h} \cdot \frac{1 - 3x^2h - 3xh^2 - h^3}{x^3(x+h)^3} \\ &= \frac{-3x^2 - 3xh - h^2}{x^3(x+h)^3} \end{aligned}$$

2° である. $\{h_n\} \subset \mathbb{R} \setminus \{0\}$ である. $h_n \rightarrow 0$ である. $\frac{1}{h_n} \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ である. $\frac{1}{h_n} \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ である.

$$\begin{aligned} \frac{g(x+h_n) - g(x)}{h_n} &= \frac{-3x^2 - 3xh_n - h_n^2}{x^3(x+h_n)^3} \\ &\rightarrow \frac{-3x^2 - 3x \cdot 0 - 0^2}{x^3(x+0)^3} = \frac{-3x^2}{x^6} = -\frac{3}{x^4}. \end{aligned}$$

0.5

$$g'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h} = -\frac{3}{x^4}.$$

である.

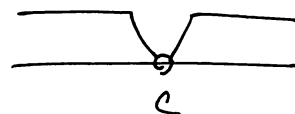
$\delta > 0$ 存在.

4

$I = (c - \delta, c) \cup (c, c + \delta)$ 存在.

$f: I \rightarrow \mathbb{R}, g: I \rightarrow \mathbb{R}$

12 证明.



$\lim_{t \rightarrow c} f(t) = A, \lim_{t \rightarrow c} g(t) = B$

证明成立. $\Rightarrow$ 12 证明成立.

定理.

1) $f(t) \pm g(t) \rightarrow A \pm B \quad (t \rightarrow c)$

2) $f(t) \cdot g(t) \rightarrow AB \quad (t \rightarrow c)$

3) $f(t) \neq 0 \quad (t \in I), A \neq 0$ 存在

$\frac{1}{f(t)} \rightarrow \frac{1}{A} \quad (t \rightarrow c)$

2) 93 证明 $\{t_n\} \subset I, t_n \in I \quad (n=1, 2, \dots)$,

$\lim_{n \rightarrow +\infty} t_n = c$ 且 $t_n \neq c$ 存在. $\Rightarrow$ 12 证明.

$f(t_n) \rightarrow A, g(t_n) \rightarrow B \quad (n \rightarrow +\infty)$

12

$f(t_n) g(t_n) \rightarrow AB.$

$\Rightarrow$ 12 证明.

$\lim_{t \rightarrow c} f(t) g(t) = AB.$

$\Rightarrow$ 12 证明.