

4月25日 21日 1. テスト 角 2 5

$$I \quad \frac{2}{x-1} - \frac{2}{x} > 1 \quad \text{3 4 7.}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{x-1} - \frac{2}{x} - 1 &= \frac{2x - 2(x-1) - (x^2 - x)}{x(x-1)} \\ &= \frac{-(x^2 - x - 2)}{x(x-1)} = \frac{-(x-2)(x+1)}{x(x-1)} \end{aligned}$$

と変形して、求める不等式は $\frac{(x-2)(x+1)}{x(x-1)} < 0$ と同値

	-1	0	1	2
$x+1$	-	+	+	+
x	-	-	+	+
$x-1$	-	-	-	+
$x-2$	-	-	-	0
$\frac{(x-2)(x+1)}{x(x-1)}$	+	-	+	+

から求める不等式は $-1 < x < 0$ OR $1 < x < 2$

$$II \quad \sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 2.$$

$$\begin{aligned} S_N &= 1 + 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + 3 \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + N \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} \\ - \frac{1}{2} S_N &= 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + (N-1) \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} + N \left(\frac{1}{2}\right)^N \\ \hline \frac{1}{2} S_N &= 1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} - N \left(\frac{1}{2}\right)^N \\ &= \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^N}{1 - \frac{1}{2}} - N \left(\frac{1}{2}\right)^N \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore S_N &= 4 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^N\right) - 2N \left(\frac{1}{2}\right)^N \\ &\rightarrow 4(1-0) - 2 \cdot 0 = 4 \end{aligned}$$

$$\text{III } r \neq -1 \text{ とする } \frac{r^n}{1+r^n} \rightarrow ? \quad (n \rightarrow +\infty)$$

$$\textcircled{1} \quad |r| < 1 \text{ とする } r^n \rightarrow 0 \quad (n \rightarrow +\infty) \text{ より}$$

$$\frac{r^n}{1+r^n} \rightarrow \frac{0}{1+0} = 0 \quad (n \rightarrow +\infty)$$

$$\textcircled{2} \quad |r| > 1 \text{ とする } \left(\frac{1}{r}\right) < 1 \text{ とする } \left(\frac{1}{r}\right)^n \rightarrow 0 \quad (n \rightarrow +\infty)$$

$$\frac{r^n}{1+r^n} = \frac{1}{\left(\frac{1}{r}\right)^n + 1} \rightarrow \frac{1}{0+1} = 1 \quad (n \rightarrow +\infty)$$

$$\textcircled{3} \quad r = 1 \text{ とする}$$

$$\frac{r^n}{1+r^n} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} \quad (n \rightarrow +\infty)$$

$$\text{IV } a_0 = 0, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2} a_n + 1 \quad \text{と定まる } \{a_n\} \text{ の}$$

極限値を求めよ。

$$\lambda = \frac{1}{2} \lambda + 1 \quad \text{と仮定して } \lambda = 2 \quad \text{と仮定}$$

$$a_{n+1} = \frac{1}{2} a_n + 1$$

$$\rightarrow \lambda = \frac{1}{2} \lambda + 1$$

$$a_{n+1} - \lambda = \frac{1}{2} (a_n - \lambda)$$

$$T \text{ と } \frac{1}{2} \text{ と } \frac{1}{2} \text{ と}$$

$$\{a_n - 2\} \text{ は } \frac{1}{2} \text{ の}$$

$$\frac{1}{2} \text{ と } \frac{1}{2} \text{ と } \frac{1}{2} \text{ と}$$

よって

$$a_n - 2 = \left(\frac{1}{2}\right)^n (a_0 - 2)$$

よって

$$a_n = 2 + \left(\frac{1}{2}\right)^n (a_0 - 2)$$

$$\rightarrow 2 + 0 \cdot (a_0 - 2) = 2$$