

6月22日. calc 1. 2. 3. 4. 5.

I $f(t) = \sqrt{1+t}$ は Taylor の定理を用いる。
($a=0, n=2$)

$$f'(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+t}}, \quad f''(t) = -\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{(1+t)^{3/2}}$$

$$f^{(3)}(t) = +\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{(1+t)^{5/2}}$$

2. 4. 5.

$$\sqrt{1+t} = 1 + \frac{1}{2}t - \frac{1}{8}t^2 + \frac{1}{3!} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{(1+t)^{5/2}} t^3$$

と近似式は $t \in [0, 1]$ の範囲に存在する。

II $g(t) = \frac{1}{1+t}$ は Taylor の定理を用いる。
 $a=0, n=3$

$$g'(t) = -\frac{1}{(1+t)^2}, \quad g''(t) = \frac{2}{(1+t)^3}$$

$$g^{(3)}(t) = -\frac{2 \cdot 3}{(1+t)^4}, \quad g^{(4)}(t) = \frac{4!}{(1+t)^5}$$

2. 4. 5.

$$\frac{1}{1+t} = 1 - t + t^2 - t^3 + \frac{1}{(1+t)^5} t^4$$

と近似式は $t \in [0, 1]$ の範囲に存在する。

Ⅲ $f(t) = t e^t$ について $f^{(n)}(t)$ を求めよ.

$$f'(t) = (t)' \cdot e^t + t(e^t)' = (t+1)e^t$$

$$\begin{aligned} f''(t) &= (t+1)' e^t + (t+1)(e^t)' \\ &= (t+2)e^t \end{aligned}$$

より

$$f^{(n)}(t) = (t+n)e^t \quad (\#)$$

と予想されるから

$$\begin{aligned} f^{(n+1)} &= (t+n)' e^t + (t+n)(e^t)' \\ &= e^t + (t+n)e^t \\ &= e^t (t+n+1) \end{aligned}$$

より $(\#)$ が成り立つことが分る。

IV $f(t) = t^2 e^t$ の増減表を求めよ。

$$\begin{aligned} f'(t) &= (t^2)' e^t + t^2 (e^t)' \\ &= 2t e^t + t^2 e^t = (t^2 + 2t) e^t \\ &= t(t+2) e^t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f''(t) &= (t^2 + 2t)' e^t + (t^2 + 2t) (e^t)' \\ &= (2t + 2) e^t + (t^2 + 2t) e^t \\ &= (t^2 + 4t + 2) e^t \end{aligned}$$

を求めよ。

$$\begin{aligned} f'(t) \geq 0 &\Leftrightarrow t(t+2) \geq 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} t > 0 \text{ or } t < -2 \\ t = 0, -2 \\ -2 < t < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$f''(t) \geq 0 \Leftrightarrow t^2 + 4t + 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t < -2 - \sqrt{2}, t > -2 + \sqrt{2} \\ t = -2 \pm \sqrt{2} \\ -2 - \sqrt{2} < t < -2 + \sqrt{2} \end{cases}$$

増減表を求めよ。

t		$-2-\sqrt{2}$		-2		$-2+\sqrt{2}$		0	
y	$+$	$+$	$+$	0	$-$	$-$	$-$	0	$+$
y'	$+$	0	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
y''	$\nearrow$	$*$	$\curvearrowright$	$4/e^2$	$\searrow$	$*$	$\hookrightarrow$	0	$\searrow$

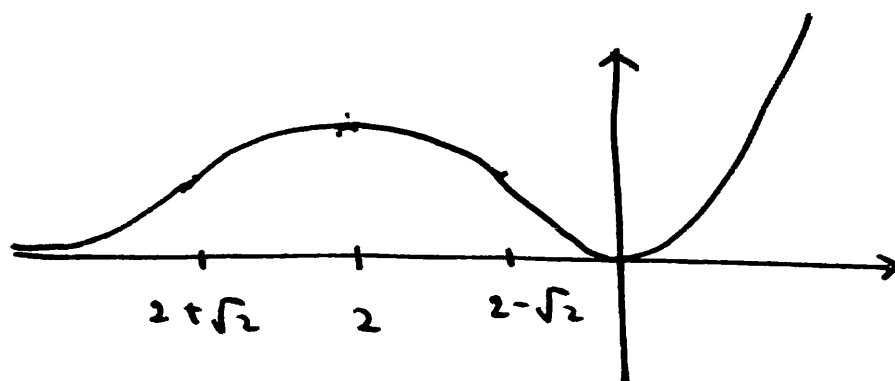
$$t \rightarrow -\infty \text{ at } 2 \quad s = -t \rightarrow +\infty$$

$$t^2 e^t = \frac{s^2}{e^s} \rightarrow 0$$

$$t \rightarrow +\infty \text{ at } 2$$

$$t^2 e^t \rightarrow +\infty$$

8) $y'' > 0 \Rightarrow R$.



$$V \quad y = \frac{\log t}{t^2}$$

$$y' = (\log t)' \cdot \frac{1}{t^2} + \log t \cdot \left(-\frac{2}{t^3}\right)$$

$$= \frac{1}{t^3} - \frac{\log t}{t^3} = \frac{1 - \log t}{t^3}$$

$$y'' = (1 - \log t)' \cdot \frac{1}{t^3} + (1 - \log t) \cdot \left(-\frac{3}{t^4}\right)$$

$$= -\frac{1}{t} \cdot \frac{1}{t^3} + (1 - \log t) \cdot \left(-\frac{3}{t^4}\right)$$

$$= \frac{3 \log t - 4}{t^4}$$

0.3 增減表如下圖。

t	(0)	e		$e^{4/3}$	
y'		0	-	-	-
y''		-	-	0	+
y		$\nearrow$	$\frac{1}{e^2}$	$\searrow$	$\hookrightarrow$

$(= \frac{3}{4} \cdot e^{-\frac{2}{3}})$

$$t \rightarrow +\infty \text{ 或 } 2$$

$$t^2 = e^s \quad 3 \text{ 或 } 4 \text{ 或 } 5$$

$$s = 2 \log t \text{ 或 } 2' \text{ 或 } 2 \quad s \rightarrow +\infty$$

$$\frac{\log t}{t^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{s}{e^s} \rightarrow 0$$

$$t \rightarrow +\infty \text{ 或 } 2 \quad \frac{1}{t^2} \rightarrow +\infty, \log t \rightarrow -\infty \text{ 或 } 3$$

$$\frac{\log t}{t^2} \rightarrow -\infty$$

17.20.3 1-5713 = 29 851 = 713.

