

4月27日 分数と積分

$$\text{I } r \neq -1 \text{ とする. } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-r^n}{1+r^n} = ?$$

① $|r| < 1$ とする $r^n \rightarrow 0$ ($n \rightarrow +\infty$) が成り立つ.

$$\frac{1-r^n}{1+r^n} \rightarrow \frac{1-0}{1+0} = 1 \quad (n \rightarrow +\infty)$$

② $|r| > 1$ とする $|\frac{1}{r}| < 1$ とする.

$$\left(\frac{1}{r}\right)^n \rightarrow 0 \quad (n \rightarrow +\infty)$$

2" とする. n を 2 の倍数とすると

$$\frac{1-r^n}{1+r^n} = \frac{\left(\frac{1}{r}\right)^n - 1}{\left(\frac{1}{r}\right)^n + 1} \rightarrow \frac{0-1}{0+1} = -1 \quad (n \rightarrow +\infty)$$

③ $r = 1$ とする

$$\frac{1-r^n}{1+r^n} = \frac{1-1}{1+1} = 0 \rightarrow 0 \quad (n \rightarrow +\infty)$$

$$\text{II (1) } \frac{3n^2-1}{2n^2+3} = \frac{3-\frac{1}{n^2}}{2+3\cdot\frac{1}{n^2}} \rightarrow \frac{3-0}{2+3\cdot 0} = \frac{3}{2} \quad (n \rightarrow +\infty)$$

$$(2) \frac{2n-1}{5n+1} = \frac{2-\frac{1}{n}}{5+\frac{1}{n}} \rightarrow \frac{2-0}{5+0} = \frac{2}{5}$$

$$\text{III} \quad \sum_{n=1}^{+\infty} n \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} = ?$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} = \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{4}\right)^2} = \frac{16}{9}$$