

2. 二项式定理

$$(a+b)^n = a^n + nC_1 a^{n-1} b + nC_2 a^{n-2} b^2 + \dots + nC_k a^{n-k} b^k + \dots$$

n 因子. $+ b^n$

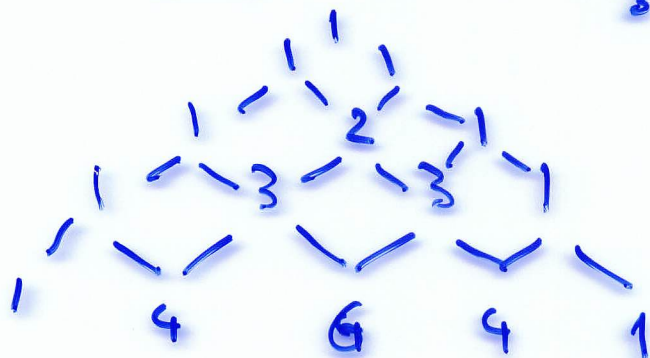
$$(a+b)(a+b) \dots (a+b) \quad \uparrow \quad a^{n-k} b^k$$

nC_k

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$3C_1 = 3$$

$$3C_2 = 3$$



$$(a+b)^4 = \dots$$

Pascal's Triangle

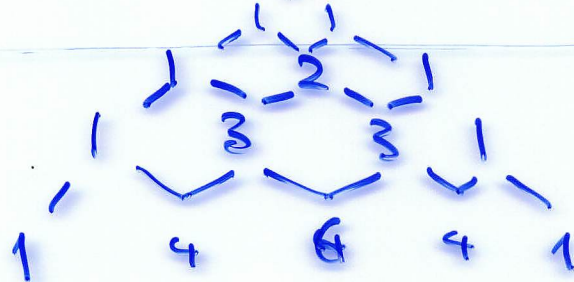
Cogito ergo sum

$$n = 3$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$${}^3C_1 = 3$$

$${}^3C_2 = 3$$



$$(a+b)^4 = a^4 + {}^4C_1 a^3b + {}^4C_2 a^2b^2 + {}^4C_3 ab^3 + b^4$$

$$\frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6$$

Factor

$$n \times (n-1) \times \dots \times 2 \times 1$$

$$(a+b)^n = (a+b)(a+b) \dots (a+b)$$

$n+1$ terms

$n+1$ factors

$${}^nC_k a^{n-k} b^k$$

$\theta > 0$ とする

$$(1+\theta)^n = \underbrace{1 + nC_1\theta}_{> 0} + \underbrace{nC_2\theta^2 + \dots + nC_k\theta^k + \dots}_{> 0}$$

$> nC_1\theta = n\theta.$

まとめ.

$\theta > 0$ かつ

$$(1+\theta)^n > n\theta.$$

$$(1+\theta)^n > nC_2\theta^2 = \frac{n(n-1)}{2 \cdot 1} \theta^2$$

$$= \frac{n(n-1)}{2} \theta^2$$

まとめ.

$\theta > 0$ かつ

$$(1+\theta)^n > \frac{n(n-1)}{2} \theta^2$$

$\theta > 0$ 且固定

$$(1+\theta)^n = \underbrace{1}_{\substack{V \\ 0}} + \underbrace{n C_1 \theta}_{\substack{V \\ 0}} + \underbrace{n C_2 \theta^2 + \dots + n C_k \theta^k + \dots + \theta^n}_{\substack{V \\ 0}} \\ > n C_1 \theta = n \theta.$$

$$(1+\theta)^n > n \theta.$$

$$(1+\theta)^n > n C_2 \theta^2 = \frac{n(n-1)}{2 \cdot 1} \theta^2 \\ = \frac{n(n-1)}{2} \theta^2.$$

$$(1+\theta)^n > \frac{n(n-1)}{2} \theta^2 \quad (1 \leq \theta > 0)$$

$$\{a_n\}_{n=0}^{+\infty} \quad \text{§534.}$$

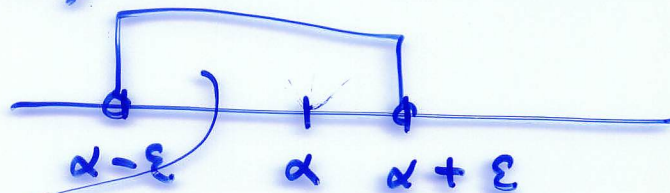
$$a_n \rightarrow x \quad (n \rightarrow +\infty)$$

$\{a_n\}$ が x に 42 する?



任意の正数 $\varepsilon > 0$ に対し、
 $\exists N \in \mathbb{N}$ なる数、
 $n \geq N \Rightarrow x - \varepsilon < a_n < x + \varepsilon$

$$n \geq N \Rightarrow x - \varepsilon < a_n < x + \varepsilon$$



$a_N, a_{N+1}, a_{N+2}, \dots$
 すべて $(x - \varepsilon, x + \varepsilon)$ に属する...



$$x \in \mathbb{R}$$

$\mathbb{R}$: 実数全体の集合.
 set, un ensemble.

属する.

(要素である)

element

数列の収束

converge
convergence

$$\{a_n\}_{n=0}^{+\infty}$$

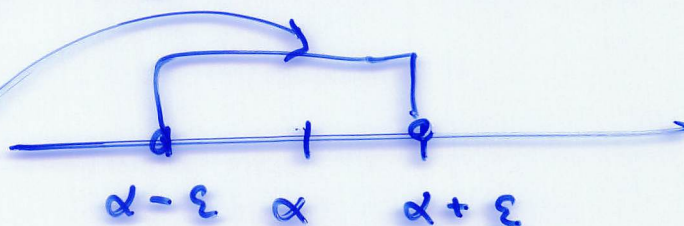
$$\alpha \in \mathbb{R}.$$

$$a_n \rightarrow \alpha \quad (n \rightarrow +\infty)$$

a_n が α に近づくこと。

$\Leftrightarrow$ 任意の $\varepsilon > 0$ に対して
ある番号 N が存在して

$$n \geq N \Rightarrow \alpha - \varepsilon < a_n < \alpha + \varepsilon$$



$$a_N, a_{N+1}, a_{N+2}, \dots$$

2年 解ける人 I, II,
3年 解ける人 I.

$$\frac{1}{n} \longrightarrow 0 \quad (n \rightarrow +\infty)$$

1.1 定理 3.

$$\alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

定理 $a_n \rightarrow \alpha, b_n \rightarrow \beta.$

① $a_n \pm b_n \longrightarrow \alpha \pm \beta.$

② $a_n \cdot b_n \longrightarrow \alpha \beta.$

③ $a_n \neq 0, \alpha \neq 0$

$$\frac{1}{a_n} \longrightarrow \frac{1}{\alpha}.$$

$$\frac{1}{n^2} \implies \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} \longrightarrow 0 \cdot 0 = 0$$

$$\frac{1}{n^3} = \frac{1}{n^2} \cdot \frac{1}{n} \longrightarrow 0 \cdot 0 = 0$$

$$\frac{1}{n^l} \longrightarrow 0 \quad (l=1, 2, 3, \dots)$$

定理 (はしとさ定理) $\alpha \in \mathbb{R}$

$$a_n \leq c_n \leq b_n \quad (n=1, 2, \dots)$$

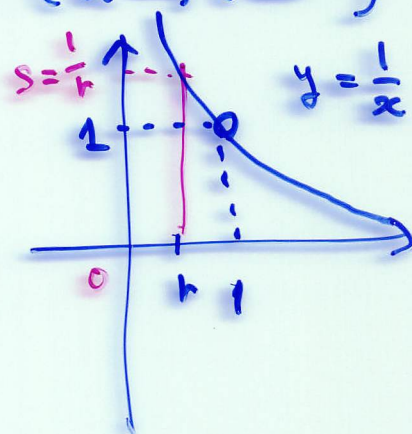
$$a_n \rightarrow \alpha, b_n \rightarrow \alpha$$

$$\Rightarrow c_n \rightarrow \alpha.$$

• $1 > h > 0$ とする $h^n \rightarrow 0 \quad (n \rightarrow +\infty)$

(補題) $s = \frac{1}{h} > 1$

$$s = 1 + \theta \quad \text{と} \quad \theta > 0$$



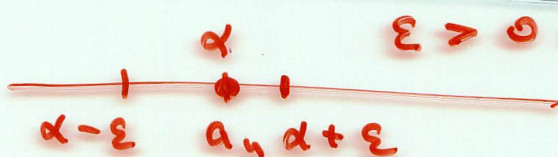
$$s^n = (1 + \theta)^n > n\theta$$

$$0 < h^n < \frac{1}{s^n} < \frac{1}{\theta} \cdot \frac{1}{n}$$

$$a_n = \alpha \quad (n=1, 2, \dots)$$

$$\rightarrow \alpha \quad (n \rightarrow +\infty)$$

42
42
42
42
42



$\epsilon > 0$ 任意

$$N = 0 \text{ と } 12$$

$$n \geq N \Rightarrow \alpha - \epsilon < a_n < \alpha + \epsilon$$

$$0 < r^n < \boxed{\frac{1}{0} \cdot \frac{1}{n}} \rightarrow \frac{1}{0} \cdot 0 = 0$$

$$0 \rightarrow 0 \quad (n \rightarrow +\infty)$$

$$\frac{1}{0} \rightarrow \frac{1}{0}$$

はたはじ

$$r^n \rightarrow 0 \quad (n \rightarrow +\infty)$$

0

はたはじ

$$0 < r < 1 \text{ かつ}$$

$$r^n \rightarrow 0 \quad (n \rightarrow +\infty)$$

$$\bullet |r| < 1 \text{ かつ } r^n \rightarrow 0$$

$$\bullet r = 0 \quad 0^n = 0 \rightarrow 0 \quad \text{OK.}$$

$$\bullet r \neq 0 \quad s = |r| \text{ かつ } 0 < s < 1$$

$$-s^n \leq r^n \leq s^n \quad (n=1, 2, \dots)$$

$$(-1) \cdot 0 = 0$$

0

$$\leadsto \text{はたはじ } r^n \rightarrow 0$$

$$\text{はたはじ } |r| < 1$$

$$r^n \rightarrow 0 \quad (n \rightarrow +\infty)$$

$$\begin{array}{r}
 S_n = 1 + r + r^2 + \dots + r^n \\
 - \quad r S_n = \quad \quad \quad r + r^2 + \dots + r^n + r^{n+1} \\
 \hline
 (1-r) S_n = 1 - r^{n+1}
 \end{array}$$

$$r \neq 1, a \in \mathbb{I} \quad S_n = \frac{1 - r^{n+1}}{1 - r}$$

$|r| < 1$ 時: $r \neq 1$

$$S_n = 1 + r + r^2 + \dots + r^n$$

$$= \frac{1 - r^{n+1}}{1 - r} = \frac{1}{1 - r} - \frac{r}{1 - r} \cdot r^n$$

term

$$\rightarrow \frac{1}{1 - r} - \boxed{\frac{r}{1 - r} \cdot 0} = \frac{1}{1 - r}$$

$$\sum_{n=0}^{+\infty} r^n = 1 + r + r^2 + \dots = \frac{1}{1 - r}$$

$$= \lim_{N \rightarrow +\infty} \sum_{n=0}^N r^n$$

信用創造: CT 31 page.

預金準備率 x

預金 d $\rightarrow$ $x d$ 中央銀行.

準備金.

$\rightarrow (1-x)d$ 貸し出し

現金流.

預金 $\leftarrow$ 現金流

$\rightarrow x(1-x)d$ 中央銀行

$\rightarrow (1-x)^2 d$ 貸し出し

預金 $\rightarrow x(1-x)^2 d$ CB.

$\rightarrow (1-x)^3 d$ 貸し出し.

...

系列 $\frac{1}{12}$ の出と入

$$\underline{0 < x < 1}$$

$$= (1-x)d + (1-x)^2d + (1-x)^3d + \dots$$

$$= (1-x)d \{ 1 + (1-x) + (1-x)^2 + \dots \}$$

$$= (1-x)d \frac{1}{1 - (1-x)}$$

$$= \frac{(1-x)d}{x}$$



年金 d から
年金 x を引く。

I) $(a+b)^9$ の展開の
中 $a^3 b^6$ の係数は?

II)
$$\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = ?$$

→ Give the coefficient of $a^3 b^6$
in the development of $(a+b)^9$.

x^4

x to the power of 4.

x to 4

the power of 4.