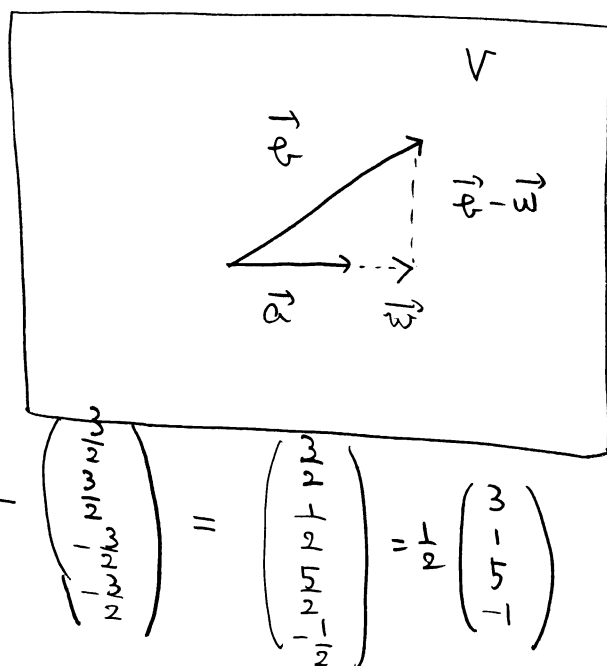


10月27日 小テスト 解答.

$$\vec{e} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ の } \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ の方向への正射影を } \vec{w} \text{ と求めよ.}$$

$$\vec{w} = \frac{(\vec{a}, \vec{e})}{\|\vec{a}\|^2} \vec{a} = \frac{3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + (-2) \cdot (-1)}{1^2 + 1^2 + (-1)^2 + (-1)^2} \vec{a}$$

$$= \frac{3}{2} \vec{a} = \begin{pmatrix} 3/2 \\ 3/2 \\ -3/2 \\ -3/2 \end{pmatrix}$$



とける。

$$\vec{e} - \vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3/2 \\ 3/2 \\ -3/2 \\ -3/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1/2 \\ 5/2 \\ -1/2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

よ

$$(\vec{e} - \vec{w}) \perp \vec{a}$$

よって

$$\vec{p}_1 = \frac{1}{\|\vec{a}\|} \vec{a} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{p}_2 = \frac{1}{\|\vec{e} - \vec{w}\|} (\vec{e} - \vec{w}) = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

よって

$$\|\vec{p}_1\| = \|\vec{p}_2\| = 1, \quad (\vec{p}_1, \vec{p}_2) = 0$$

が成立する。よって $\mathbb{R}^4$ 中の 2-次元部分空間

$$V = \{ \alpha \vec{a} + \beta \vec{e}; \alpha, \beta \in \mathbb{R} \}$$

よ

$$\vec{v} \in V \text{ なら}$$

$$\vec{v} = c_1 \vec{p}_1 + c_2 \vec{p}_2$$

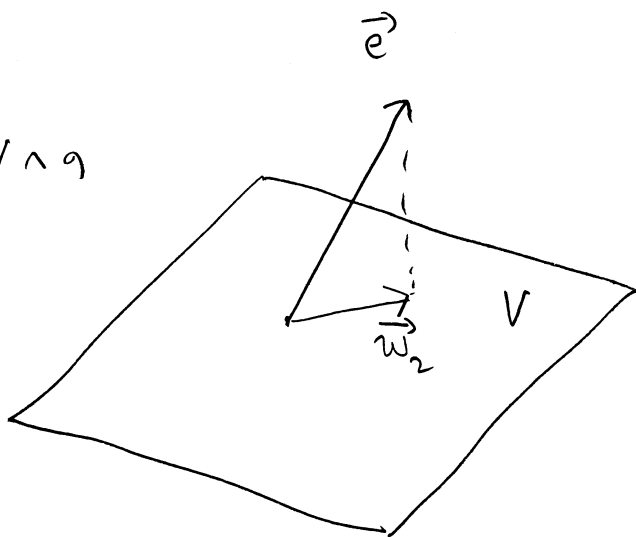
と書ける。よって

$\vec{e} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
 $\in V \wedge \eta$

正射影 $\vec{w}_2$ を求める。

$\vec{w}_2 \in V$

$(\vec{e} - \vec{w}_2) \perp V$



Σ と $T = \vec{w}_2$ は

$\vec{w}_2 = (\vec{p}_1, \vec{e}) \vec{p}_1 + (\vec{p}_2, \vec{e}) \vec{p}_2 \quad \dots \textcircled{\#}$

$= \frac{1}{2} \vec{p}_1 + \frac{1}{2} \vec{p}_2$

と Σ と $T = \vec{w}_2$ は

$\vec{w}_2 = c_1 \vec{p}_1 + c_2 \vec{p}_2$

と Σ と $T = \vec{w}_2$ は $\vec{p}_1, \vec{p}_2 \in V$ である

$(\vec{w}_2 - \vec{e}, \vec{p}_1) = (\vec{w}_2 - \vec{e}, \vec{p}_2) = 0$

と Σ と $T = \vec{w}_2$ は

$(\vec{w}_2 - \vec{e}, \vec{p}_1) = (c_1 \vec{p}_1 + c_2 \vec{p}_2 - \vec{e}, \vec{p}_1)$

$= c_1 (\vec{p}_1, \vec{p}_1) + c_2 (\vec{p}_2, \vec{p}_1) - (\vec{e}, \vec{p}_1)$

$= c_1 - (\vec{e}, \vec{p}_1) = 0$

$(\vec{w}_2 - \vec{e}, \vec{p}_2) = (c_1 \vec{p}_1 + c_2 \vec{p}_2 - \vec{e}, \vec{p}_2)$

$= c_1 (\vec{p}_1, \vec{p}_2) + c_2 (\vec{p}_2, \vec{p}_2) - (\vec{e}, \vec{p}_2)$

$= c_2 - (\vec{e}, \vec{p}_2) = 0$

と Σ と $T = \vec{w}_2$ は