

5.2 第1章 「数学の力とどうつづけるか」

第1章 第1節

$$C: g(x, y) = 0$$

$$z = f(x, y)$$

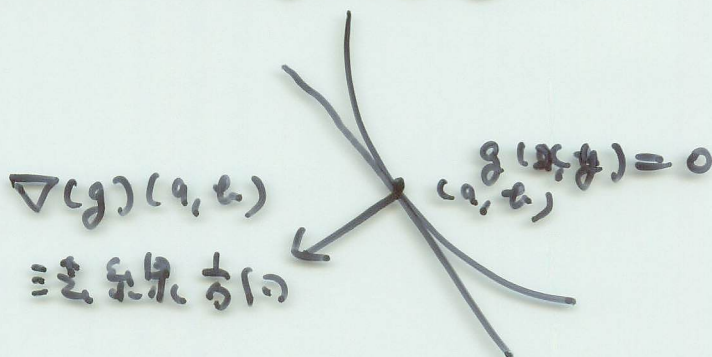
2 最大化・最小化



$$z = f(x, y) = f(a, b)$$

※ 必要条件 (前提) $\nabla(g)(a, b) \neq 0$ の下 $z = f(a, b)$ は極大・極小

$$\Rightarrow \nabla(f)(a, b) = \lambda \nabla(g)(a, b)$$



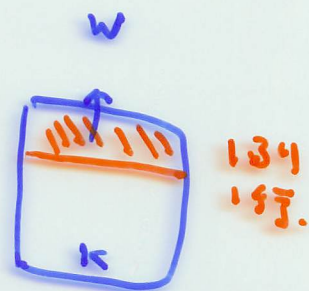
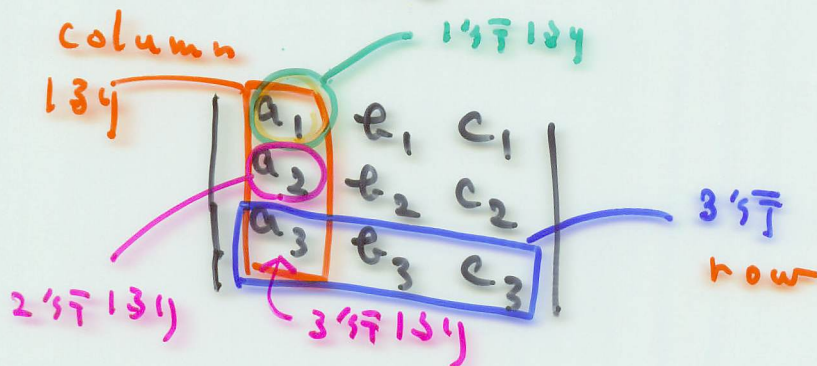
第2章 第1節

172 page

十分条件は?

参考 $f'(a) = 0, f''(a) > 0$
 $\Rightarrow y = f(x)$ は $x = a$ で極小

3x3 a 3x3 式



$$= a_1 \begin{vmatrix} t_2 & c_2 \\ t_3 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} t_1 & c_1 \\ t_3 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} t_1 & c_1 \\ t_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

Annotations: $(-1)^{1+1}$ (green), $(-1)^{2+1}$ (pink), $(-1)^{3+1}$ (pink)

$$= -t_1 \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + t_2 \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} - t_3 \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

$$= c_1 \begin{vmatrix} a_2 & t_2 \\ a_3 & t_3 \end{vmatrix} - c_2 \begin{vmatrix} a_1 & t_1 \\ a_3 & t_3 \end{vmatrix} + c_3 \begin{vmatrix} a_1 & t_1 \\ a_2 & t_2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} ax + by = \alpha & \dots (1) \\ cx + dy = \beta & \dots (2) \end{cases}$$

↓

行列式を用いる。

$$\boxed{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \iff \left(\begin{array}{cc|c} a & b & \alpha \\ c & d & \beta \end{array} \right)$$

$\approx A$

$$(1) \times d - (2) \times b$$

$$(ad - bc)x = \alpha d - \beta b$$

$$\boxed{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} \cdot x = \begin{vmatrix} \alpha & b \\ \beta & d \end{vmatrix}$$

$\neq 0 \text{ a.e.}$

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

$$|A| \neq 0 \text{ a.e.}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} \alpha & b \\ \beta & d \end{vmatrix}}{|A|}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a & \alpha \\ c & \beta \end{vmatrix}}{|A|}$$

逆行列の存在性

regular

$A: 2 \times 2$ 正則行列

$$|A| \neq 0 \iff A: \text{正則} (\text{逆行列あり})$$

$$\iff (A\vec{v} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v} = \vec{0})$$

固有値問題に便利。

311 a 行列の性質

$$\textcircled{1} \quad \left| \lambda \vec{a} + \mu \vec{c} \quad \vec{c} \quad \vec{d} \right| \quad \text{1311 a 行列の性質.}$$

$$= \lambda \left| \vec{a} \quad \vec{c} \quad \vec{d} \right| + \mu \left| \vec{c} \quad \vec{c} \quad \vec{d} \right|$$

$$\textcircled{2} \quad 2 \text{ 311 a の性質 } \Rightarrow \text{行列} = 0$$

$$\left| \vec{a} \quad \vec{a} \quad \vec{c} \right| = 0$$

$$\textcircled{3} \quad \left| \vec{e}_1 \quad \vec{e}_2 \quad \vec{e}_3 \right| = \left| \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right| = 1$$

$$1 \times \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + 0 \times \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + 0 \times \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\textcircled{4} \quad (\textcircled{2} + \textcircled{1})$$

0.3 出 3.

311 a を交換すると $\bullet (-1)$ 倍.

$$\left| \vec{a} \quad \vec{c} \quad \vec{c} \right| = - \left| \vec{c} \quad \vec{a} \quad \vec{c} \right|$$

行に 0 が入る性質は 1.2.2.

連立 1 = 3 方程式

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z = \alpha_1 & \text{--- (1)} \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = \alpha_2 & \text{--- (2)} \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = \alpha_3 & \text{--- (3)} \end{cases}$$



$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix}$$

① × c_2 - ② × c_1 z を消す.

$$(a_1 c_2 - a_2 c_1) x + (b_1 c_2 - b_2 c_1) y = (\alpha_1 c_2 - \alpha_2 c_1)$$

↓

① $\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} y = \begin{vmatrix} \alpha_1 & c_1 \\ \alpha_2 & c_2 \end{vmatrix}$

(1) 対角線

② $\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} y = \begin{vmatrix} \alpha_1 & c_1 \\ \alpha_3 & c_3 \end{vmatrix}$

③ $\begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} y = \begin{vmatrix} \alpha_2 & c_2 \\ \alpha_3 & c_3 \end{vmatrix}$

$$\textcircled{\text{I}} \times b_3 - \textcircled{\text{II}} \times b_2 + \textcircled{\text{III}} \times b_1$$

$$\begin{vmatrix} b_1 & a_1 & c_1 \\ b_2 & a_2 & c_2 \\ b_3 & a_3 & c_3 \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} b_1 & b_1 & c_1 \\ b_2 & b_2 & c_2 \\ b_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} y = 0$$

$$= - \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} b_1 & a_1 & c_1 \\ b_2 & a_2 & c_2 \\ b_3 & a_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} x = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$|A| \neq 0 \quad a, b, c$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} \vec{a} & \vec{b} & \vec{c} \\ a & b & c \end{vmatrix}}{|A|}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} \vec{a} & \vec{a} & \vec{c} \\ a & a & c \end{vmatrix}}{|A|}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} \vec{a} & \vec{b} & \vec{a} \\ a & b & a \end{vmatrix}}{|A|}$$

行列の式

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$+ a_2 b_3$$

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$- a_2 b_3$$

行列の性質

① $\begin{vmatrix} x & y & z \\ \lambda y + \mu z & y & z \\ w & w & w \end{vmatrix} = \lambda \begin{vmatrix} x & y & z \\ y & y & z \\ w & w & w \end{vmatrix} + \mu \begin{vmatrix} x & y & z \\ y & y & z \\ w & w & w \end{vmatrix}$

2行

② $\begin{vmatrix} x & y & z \\ x & y & z \\ x & y & z \end{vmatrix} = 0$ 2行が等しいから0

④ $\begin{vmatrix} x & y & z \\ y & x & z \\ z & z & z \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} y & x & z \\ x & y & z \\ z & z & z \end{vmatrix}$

⑤ $i \neq j$ のとき λ を i 行に j 行に λ を加えると行列の値は変わらない

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ y & x & z \\ z & z & z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & y & z \\ x + \lambda y & y & z \\ z & z & z \end{vmatrix}$$

"

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ y & x & z \\ z & z & z \end{vmatrix} + \lambda \begin{vmatrix} x & y & z \\ x & y & z \\ z & z & z \end{vmatrix} = 0$$

$$75 \sim -3$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & -6 & -5 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 1 \times \begin{vmatrix} -6 & -5 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = -12 - 5 = -17.$$

$$1 \text{st row} \times (-2) \rightarrow 2 \text{nd row} \rightarrow 0 \text{ and } 3.$$

$$1 \text{st row} \times (-1) \rightarrow 3 \text{rd row} \rightarrow 0 \text{ and } 3$$

$$\begin{array}{r} 2 \ 0 \ 1 \\ -2 \ 2 \ 6 \ 6 \\ \hline 0 \ -6 \ -5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \ 5 \\ -2 \ 1 \ 3 \ 3 \\ \hline 0 \ -1 \ 2 \end{array}$$

$$\textcircled{1} \begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{vmatrix} = ?$$

$$= - \begin{vmatrix} 1 & a & 1 \\ a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a \end{vmatrix}$$

$$\textcircled{2} \begin{vmatrix} 14 & 3 & 3 \\ 5 & 0 & 1 \\ 13 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} 4x + 2y + 5z = 23 \\ x + 3y + z = 10 \\ 6x + y + z = 11 \end{cases}$$

$$x = ?$$