2017年度　ミクロ経済学中級Ib期末試験(70分)

Takako Fujiwara-Greve

- 以下の問題すべてに答えなさい。解答は問題順でなくてもよいが、どの問題に答えているのかを明確に。
- 途中点があるので、論理の過程を<u>読み手にわかるように</u>書くこと。

1. 私的所有経済 $(\{u_i, \boldsymbol{\omega}^i, \boldsymbol{\theta}^i\}_{i=1}^N, \{Y^k\}_{k=1}^K)$ を考え、完全競争とする。このとき、任意の主体について、ある（全てが正の）価格ベクトル
$$(p_1, p_2, \ldots, p_L) \in \mathbb{R}^L_{++}$$
における需要量または供給量と、基準化された価格ベクトル
$$(\frac{p_1}{\sum_{j=1}^L p_j}, \frac{p_2}{\sum_{j=1}^L p_j}, \ldots, \frac{p_L}{\sum_{j=1}^L p_j}) \in \mathbb{R}^L_{++}$$
における需要量または供給量が同じであることを、以下の設問に従って証明しなさい。簡単化のため、各消費者 $i \in \{1, 2, \ldots, N\}$ について、u_i は任意の正の価格ベクトルについて需要量が一意であるようなものとし、各生産者 $k \in \{1, 2, \ldots, K\}$ は任意の正の価格ベクトルについて供給量が一意であるような Y^k を持っていることを仮定しておく。

   (a) 各生産者 $k \in \{1, 2, \ldots, K\}$ について、技術制約 Y^k の下で利潤を最大にする生産計画ベクトル $\mathbf{y}^{*k}$ は $(p_1, p_2, \ldots, p_L)$ においても $(\frac{p_1}{\sum_{j=1}^L p_j}, \frac{p_2}{\sum_{j=1}^L p_j}, \ldots, \frac{p_L}{\sum_{j=1}^L p_j})$ においても同じであることを証明しなさい。

   (b) 各生産者 $k \in \{1, 2, \ldots, K\}$ が利潤を最大にするような生産計画を選択していることを仮定する。各消費者 $i \in \{1, 2, \ldots, N\}$ について、予算制約の下で効用関数 u_i の値を最大にする需要ベクトル $\mathbf{x}^{*i}$ は $(p_1, p_2, \ldots, p_L)$ においても $(\frac{p_1}{\sum_{j=1}^L p_j}, \frac{p_2}{\sum_{j=1}^L p_j}, \ldots, \frac{p_L}{\sum_{j=1}^L p_j})$ においても同じであることを証明しなさい。

2. ２財、２人純粋交換経済 $E = (\{1, 2\}, \boldsymbol{\omega}^1, \boldsymbol{\omega}^2, \succsim_1, \succsim_2)$ を考える。各消費者 $i = 1, 2$ について、$\boldsymbol{\omega}^i \in \mathbb{R}^2_{++}$（全ての財の初期保有量は正）、$\succsim_i$ は強凸（無差別曲線は原点に対して強く凸、すなわち平らなところもない）であるとする。

   実現可能性が等号で成立し、すべての消費者が全ての財を正の量消費するような配分 $(\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2)$ が E のコアに入っているが、競争配分でないとする。

   参考：N 人純粋交換経済において、任意の非空の提携 $S \subset \{1, 2, \ldots, N\};\ S \neq \emptyset$ について、特性関数は

   $V(S) := \{\{\mathbf{x}^i\}_{i=1}^N \in X \mid \sum_{i \in S} \mathbf{x}^i = \sum_{i \in S} \boldsymbol{\omega}^i,\ \ \mathbf{x}^n = \boldsymbol{\omega}^n\ \forall n \notin S\}$ で定義され、

   コアは $C(V) = \{\mathbf{x} \in V(\{1, 2, \ldots, N\}) \mid \mathbf{y} \succ_i \mathbf{x}$ for all $i \in S$ となるような $S \subset \{1, 2, \ldots, N\}$ と $\mathbf{y} \in V(S)$ が存在しない $\}$ である。

   (a) $(\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2)$ において２人の無差別曲線は接していることを証明しなさい。（図解でもよいが、コアの定義をきちんと使うこと。）

(b) (a) と $(\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2)$ が競争配分でないことから、少なくとも一人の消費者 i について自然数 $n \in \{2, 3, \ldots\}$ が存在して

$$\frac{1}{n}\boldsymbol{\omega}^i + \frac{n-1}{n}\mathbf{x}^i \succ_i \mathbf{x}^i$$

が成立することを証明しなさい。これも図解でもよいが、言葉も加えて読み手にわかるように書くこと。

(ヒント：$\mathbf{x}^i$ と $\boldsymbol{\omega}^i$ を通る直線を考え、$\mathbf{x}^i$ と $\boldsymbol{\omega}^i$ の内分点が $\mathbf{x}^i$ を通る無差別曲線より上にくることがあればよい。)

3. 同数の有限人集団 G_1 と G_2 の間で one-to-one matching (assignment) を作る問題を考える。assignment $f : G_1 \to G_2$ とは全単射の関数であるとする。（つまり $\emptyset$ と組ませることは考えない。）各主体 $i \in G_1 \cup G_2$ は自分が属さない方の集団の人々の上に弱い選好順序 $\succsim_i$ を持つとする。

選好が無差別を含むときにはいくつかの安定性の定義がある。

定義：assignment $f : G_1 \to G_2$ が安定 (stable) である（「弱く安定」とも呼ばれる）とは、

$[X \succ_x f(x)$ かつ $x \succ_X f^{-1}(X)]$ となるようなペア $(x, X) \in G_1 \times G_2$ が存在しないことである。

定義：assignment $f : G_1 \to G_2$ が strongly stable であるとは、

$[X \succ_x f(x)$ かつ $x \succsim_X f^{-1}(X)]$ となるペア $(x, X) \in G_1 \times G_2$ も、

$[X \succsim_x f(x)$ かつ $x \succ_X f^{-1}(X)$ $]$ となるペア $(x, X) \in G_1 \times G_2$ も存在しないことである。

定義：assignment $f : G_1 \to G_2$ が super-stable であるとは、

$[X \succsim_x f(x)$ かつ $x \succsim_X f^{-1}(X)]$ となるペア $(x, X) \in G_1 \times G_2$ が存在しないことである。

(a) assignment $f : G_1 \to G_2$ が super-stable ならば strongly stable であることを証明しなさい。

具体的に、$G_1 = \{a, b\}$（女性）、$G_2 = \{A, B\}$（男性）とする。４人は相手の集団に対して以下の表のような選好順序を持っており、上の相手を下の相手より厳密に好む。ただし、b さんは A 君と B 君が無差別である。

	a	b	A	B
一位	A	A, B	b	b
二位	B		a	a

(b) ４人が上記の選好順序を持っているとき、stable な assignment はあるか？あれば全て求めなさい。なければどうしてないかを説明しなさい。

(c) ４人が上記の選好順序を持っているとき、strongly stable な assignment はあるか？あれば全て求めなさい。なければどうしてないかを説明しなさい。

(d) ４人が上記の選好順序を持っているとき、super-stable な assignment はあるか？あれば全て求めなさい。なければどうしてないかを説明しなさい。