2016年度　ミクロ経済学中級Ib 第2回演習(自宅学習用)

グレーヴァ香子担当クラス

● 次回、各自レポートとして提出して下さい。

● 院生の人は採点して、成績に加味します。学部生の人は出席となります。白紙は出席とは見なしません。

A を有限個の選択肢の集合、$\{1, 2, \ldots, N\}$ を個人の集合、$\mathcal{L}$ は無差別のない A 上の線形順序とする。A の部分集合を全て集めたものを $\mathcal{P}(A)$ とする。

定義：社会的選択対応（集合値関数）$\mathcal{F} : \mathcal{L}^N \to \mathcal{P}(A) \setminus \{\emptyset\}$ が「匿名性」(anonymity) を満たすとは、個人の番号の任意の並べ替え（１対１対応） $\pi : \{1, \ldots, N\} \to \{1, \ldots, N\}$ について

$$\mathcal{F}(\succ_1, \ldots, \succ_N) = \mathcal{F}(\succ_{\pi(1)}, \ldots, \succ_{\pi(N)})$$

が成立すること。

定義：社会的選択対応 $\mathcal{F} : \mathcal{L}^N \to \mathcal{P}(A) \setminus \{\emptyset\}$ が「中立性」(neutrality) を満たすとは、選択肢の名前の任意の並べ替え（１対１対応）$\pi' : A \to A$ について $\pi'(\succ_i)$ を $\succ_i$ の順序を π' のルールで選択肢の名前を入れ替えたものとするとき、[1]

$$\mathcal{F}(\pi'(\succ_1), \ldots, \pi'(\succ_N)) = \pi'(\mathcal{F}(\succ_1, \ldots, \succ_N))$$

が成立すること。

1. $\mathcal{F}$ が一価関数かつ、匿名性と中立性を満たすことはできないことを投票のパラドックスの例を使って示しなさい。

定義：社会的選択対応 $\mathcal{F} : \mathcal{L}^N \to \mathcal{P}(A) \setminus \{\emptyset\}$ が「正の反応性」(positive responsiveness) を満たすとは、任意の２つの選好の組み合わせ $\succ = (\succ_1, \ldots, \succ_N)$ and $\succ' = (\succ'_1, \ldots, \succ'_N)$ と、任意の $x \in A$ について

$$\{i \in \{1, 2, \ldots, N\} \mid x \succ_i y\} \subsetneq \{i \in \{1, 2, \ldots, N\} \mid x \succ'_i y\}, \ \forall y \in A \setminus \{x\}$$
$$\text{and } \{i \in \{1, 2, \ldots, N\} \mid y \succ_i z\} = \{i \in \{1, 2, \ldots, N\} \mid y \succ'_i z\}, \quad \forall y, z \in A \setminus \{x\}$$

ならば

$$x \in \mathcal{F}(\succ) \Rightarrow \{x\} = \mathcal{F}(\succ')$$

が成立すること。(x が選ばれていた $\succ$ から、誰かが x のランクを上げたら、x だけが選ばれるべき。$\subsetneq$ は左が真部分集合であることを表す。)

定義：単純多数決社会的選択対応 (simply majority social choice correspondence) とは、それを最も好む個人が最も多い選択肢（一人１票だとすると最多得票となる選択肢）全てを選ぶもの、すなわち、任意の $\succ \in \mathcal{L}^N$ について、$n(a; \succ)$ を a を最も好む個人の人数とすると

$$\mathcal{F}^M(\succ) = \{a \in A \mid n(a; \succ) \geqq n(b; \succ), \quad \forall b \in A\}.$$

2. 単純多数決社会的選択対応 $\mathcal{F}^M$ は匿名性、中立性、正の反応性を満たすことを証明しなさい。

---

[1] 例： $A = \{a, b\}$ で $\pi'(a) = b$, $\pi'(b) = a$ という並べ替えのとき、 $a \succ_i b$ の人は $b \pi'(\succ_i) a$ となる。