

2016年度 ミクロ経済学中級 Ib 第1回演習解答

1. 各 $j = 1, 2, \dots, L$ について、 g_j の定義より、

$$\begin{aligned}
 p_j^* &= g_j(\mathbf{p}^*) \\
 \iff p_j^* \left[1 + \sum_{n=1}^L \max\{0, z_n(\mathbf{p}^*)\} \right] &= p_j^* + \max\{0, z_j(\mathbf{p}^*)\} \\
 \iff p_j^* \sum_{n=1}^L \max\{0, z_n(\mathbf{p}^*)\} &= \max\{0, z_j(\mathbf{p}^*)\}. \tag{1}
 \end{aligned}$$

2. (1) の両辺に $z_j(\mathbf{p}^*)$ をかけると、各 j について

$$z_j(\mathbf{p}^*) p_j^* \sum_{n=1}^L \max\{0, z_n(\mathbf{p}^*)\} = z_j(\mathbf{p}^*) \max\{0, z_j(\mathbf{p}^*)\}.$$

ただし、左辺の j に依存していないところを括弧でかこうと

$$z_j(\mathbf{p}^*) p_j^* \left(\sum_{n=1}^L \max\{0, z_n(\mathbf{p}^*)\} \right) = z_j(\mathbf{p}^*) \max\{0, z_j(\mathbf{p}^*)\}.$$

これらを $j = 1, 2, \dots, L$ について足し合わせて

$$\left[\sum_{j=1}^L z_j(\mathbf{p}^*) p_j^* \right] \left(\sum_{n=1}^L \max\{0, z_n(\mathbf{p}^*)\} \right) = \sum_{j=1}^L z_j(\mathbf{p}^*) \max\{0, z_j(\mathbf{p}^*)\}. \tag{2}$$

3. (2) の左辺の四角括弧内はワルラス法則により 0 となる。ゆえに右辺も 0。

$$\sum_{j=1}^L z_j(\mathbf{p}^*) \max\{0, z_j(\mathbf{p}^*)\} = 0. \tag{3}$$

各 $j = 1, 2, \dots, L$ について $z_j(\mathbf{p}^*) \max\{0, z_j(\mathbf{p}^*)\} \geq 0$ であることを示す。

$z_j(\mathbf{p}^*) > 0$ のとき： $z_j(\mathbf{p}^*) \max\{0, z_j(\mathbf{p}^*)\} = z_j(\mathbf{p}^*)^2 > 0$

$z_j(\mathbf{p}^*) = 0$ のとき： $z_j(\mathbf{p}^*) \max\{0, z_j(\mathbf{p}^*)\} = 0 \times 0$

$z_j(\mathbf{p}^*) < 0$ のとき： $z_j(\mathbf{p}^*) \max\{0, z_j(\mathbf{p}^*)\} = z_j(\mathbf{p}^*) \times 0 = 0$ より示された。

ゆえに (3) は各 j について非負のものを足し合わせて 0 になったということになるので、各 j について $z_j(\mathbf{p}^*) \max\{0, z_j(\mathbf{p}^*)\} = 0$ でなければならない。これは上の 3 つのケースのうち下の 2 つの場合、つまり $z_j(\mathbf{p}^*) \leq 0$ であることを意味する。□