2016年度　ミクロ経済学中級Ib 第1回演習(自宅学習用）

グレーヴァ香子担当クラス

● 次回、各自レポートとして提出して下さい。

● 院生の人は採点して、成績に加味します。学部生の人は出席となります。白紙は出席とは見なしません。

第2回の講義において、以下の関数を全ての財市場について並べたもの

$$g_j(\mathbf{p}) := \frac{p_j + \max\{0, z_j(\mathbf{p})\}}{1 + \sum_{n=1}^{L} \max\{0, z_n(\mathbf{p})\}}$$

$\mathbf{g} = (g_1, g_2, \ldots, g_L) : \Delta^{L-1} \to \Delta^{L-1}$ に不動点があれば、競争均衡が存在すると言ったが、詳細を説明していないので、以下のステップで辿る。（以下では、任意の価格ベクトル $\mathbf{p}$ と任意の財 n について、$z_n(\mathbf{p}) < \infty$ を仮定してよい。）

1. $\mathbf{g}$ の不動点は

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{g}(\mathbf{p}^*) = \begin{pmatrix} g_1(\mathbf{p}^*) \\ g_2(\mathbf{p}^*) \\ \vdots \\ g_L(\mathbf{p}^*) \end{pmatrix}$$

を満たす $\mathbf{p}^* \in \Delta^{L-1}$ である。

このとき、各 $j = 1, 2, \ldots, L$ について

$$p_j^* \sum_{n=1}^{L} \max\{0, z_n(\mathbf{p}^*)\} = \max\{0, z_j(\mathbf{p}^*)\} \tag{1}$$

が成り立つことを証明しなさい。

2. (1) より

$$\Big[\sum_{j=1}^{L} z_j(\mathbf{p}^*) p_j^*\Big]\Big(\sum_{n=1}^{L} \max\{0, z_n(\mathbf{p})\}\Big) = \sum_{j=1}^{L} z_j(\mathbf{p}^*) \max\{0, z_j(\mathbf{p}^*)\}$$

が成立することを証明しなさい。

3. ワルラス法則 $\sum_{j=1}^{L} p_j^* z_j(\mathbf{p}^*) = 0$ を利用して、各 $j = 1, 2, \ldots, L$ について

$$z_j(\mathbf{p}^*) \leqq 0$$

となることを証明しなさい。