2015年度　ミクロ経済学中級Ib期末試験(70分）

グレーヴァ香子担当クラス

- 以下の問題すべてに答えなさい。解答は問題順でなくてもよいが、どの問題に答えているのかを明確に。
- 途中点があるので、論理の過程を <u>読み手にわかるように</u> 書くこと。

1. 厚生経済学の第１基本定理の主張を出来る限り正確に書き、それが成立しないような反例を作りなさい。（２人２財の純粋交換経済でエッジワースのボックス図を使うのがいいと思うが、そうでなくてもよい。）どうして反例になっているのか、定理の仮定のどこが満たされていないのかも説明しなさい。

2. 2人以上いる社会を考え、人々の名前の集合を $\{1, 2, \ldots, n\}$ $(n \geqq 2)$ とする。社会的厚生関数 F として、以下のような、1さんと2さんによる「委員会決定ルール」を考える。選択対象の集合は $A = \{a, b, c\}$ の３つとする。また、個人 i の選好順序 $\succ_i$ は完備性、推移性を満たし、無差別はないものとするが、社会的な選好関係 $\succsim$ には無差別があってもよいとする。

   (i) 1さんと2さんの選好順序が一致する選択対象のペア $\{x, y\}$ については社会的にもその順序とする。

   (ii) 1さんと2さんの選好順序が一致しないペアについては、$\{a, b\}$ については1さんの順序を社会の順序、$\{b, c\}$ については2さんの順序を社会の順序とする。その結果に推移性を使うことができれば、推移性の結果も社会の順序とする。推移性を使えない場合には、無差別をうまく入れて社会の選好が弱順序になるようにする。（３つしか選択対象がないのでこれで定義は完結する。下の例を参照。）

   $\succ_1$: $a \succ_1 b \succ_1 c$（推移性より $a \succ_1 c$ も成立。以下同様。)

   $\succ_2$: $c \succ_2 b \succ_2 a$

   のとき（３人以上いても、他の人の選好関係は何でもよい)、どの選択対象のペアにも (i) が使えないので (ii) のルールで、$\{a, b\}$ ペアについては社会的に $a \succ b$ とし、$\{b, c\}$ ペアについては社会的に $c \succ b$ となる。

   残ったペア $\{a, c\}$ に上の２つの順序から推移性は使えないので、$a \sim c$ とする。つまり

   $$F(\succ_1, \succ_2, \ldots) = a \sim c,\ a \succ b,\ c \succ b.$$

   (3さん以降の選好については省略して . . . にしてある。)

   次に、1さんの選好はそのままで、2さんの選好が

   $\hat{\succ}_2 : b \,\hat{\succ}_2\, c \,\hat{\succ}_2\, a$

   になったとする。$(\succ_1, \hat{\succ}_2)$ の組み合わせにおいて、$\{b, c\}$ ペアについては (i) が使えて社会的に $b \,\hat{\succ}\, c$ となる。他のペアには使えないので、(ii) のルールで、$\{a, b\}$ ペアについては社会的に $a \hat{\succ}\, b$ となる。残ったペア $\{a, c\}$ には推移性が使えて、$a \,\hat{\succ}\, c$ となる。ゆえに

   $$F(\succ_1, \hat{\succ}_2, \ldots) = a \,\hat{\succ}\, b,\ b \,\hat{\succ}\, c,\ a \hat{\succ}\, c.$$

   (a) 上で定義される社会的厚生関数 F は全員一致条件 (Unanimity) を満たすか？満たすなら証明を、満たさないなら反例を書きなさい。

(b) F は無関係な選択対象からの独立性 (IIA) を満たすか？満たすなら証明を、満たさないなら反例を書きなさい。

(c) F は非独裁性 (non-dictatorship) を満たすか？満たすなら証明を、満たさないなら反例を書きなさい。

3. ルームメイト問題とは、$2n$ 人の社会で、各人が他の $2n-1$ 人の集合の上に選好順序を持っているとして、２人ずつ組んで n 個のペア（an assignment) を作るという問題である。2 グループに別れていないので、Gale-Shapley の Deferred Acceptance アルゴリズムは使えない。

ルームメイト問題における不安定な assignment とは、２つのペア (a,b) と (c,d) が存在し、$c \succ_a b$ かつ $a \succ_c d$ となることである。

以下の２つのケース（いずれも４人の社会 $\{A,B,C,D\}$ で無差別はない）について、安定な assignment があれば（出来る限り全て）書き、それ（ら）が安定であることを証明しなさい。ない場合はどうしてないかを論理的に説明しなさい。

(a) A さん：$B \succ_A C \succ_A D$
B さん：$C \succ_B D \succ_B A$
C さん：$D \succ_C A \succ_C B$
D さん：$A \succ_D B \succ_D C$

(b) A さん：$B \succ_A C \succ_A D$
B さん：$C \succ_B A \succ_B D$
C さん：$A \succ_C B \succ_C D$
D さん：$A \succ_D B \succ_D C$