2017年度　ミクロ経済学初級II 期末試験解答

藤原グレーヴァ香子

1. (a) ラグランジェ乗数法でもできるが、例えば1変数の最大化に落とし込むとミスが少ない。利潤を最大にするには Y のふちで生産すべきなので、$\Pi(z_1) = p \cdot 8\sqrt{z_1} - 2 \cdot z_1$ と書ける。

   （注：第1財の価格は2であるとはっきり書いてあるのに1として計算した答案が散見された。講義の最後にも注意したはず。「過去問からの類推」という文系的発想をやめましょう。）

   $\Pi(z_1)$ は上に凸な関数なので一階の条件を満たす z_1^* が最大値を与える。

$$\Pi'(z_1) = \frac{8p}{2\sqrt{z_1}} - 2 = 0 \iff \sqrt{z_1^*} = 2p \iff z_1^* = 4p^2.$$

   生産量は $y_2^* = 8\sqrt{z_1^*} = 16p$. ゆえに最適生産計画ベクトルは $(y_1^*, y_2^*) = (-4p^2, 16p)$、利潤は

$$\Pi^* = p \cdot y_2^* - 2 \cdot z_1^* = p \cdot 16p - 2 \cdot 4p^2 = 8p^2.$$

   （ラグランジェ乗数法でやってもよい。）

   (b) $2 \cdot x_1 + p \cdot x_2 = 2 \cdot 24 + 8p^2$.

   (c) ラグランジェ関数を

$$\mathcal{L} = (x_1)^3 \cdot x_2 + \lambda(48 + 8p^2 - 2x_1 - px_2)$$

   とすると一階の条件は

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = 3(x_1)^2 \cdot x_2 - \lambda \cdot 2 = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = (x_1)^3 - \lambda \cdot p = 0$$

   λ を消去して

$$\lambda = \frac{3}{2}(x_1)^2 \cdot x_2 = \frac{(x_1)^3}{p} \iff px_2 = \frac{2}{3}x_1.$$

   予算制約式に代入して

$$2x_1 + \frac{2}{3}x_1 = 48 + 8p^2 \iff x_1^* = 3(6 + p^2) = 18 + 3p^2.$$

   ゆえに

$$x_2^* = \frac{2}{3p}x_1^* = \frac{2}{p}(6 + p^2) = \frac{12}{p} + 2p.$$

   （これらと数学的に同値ならよい。）

   (d) $3(6 + p^2) = 24 - 4p^2$ より $p = \sqrt{\frac{6}{7}}$.

2. (a) $\Pi_A(p_A, p_B) = p_A(10 - 4p_A + p_B) - (10 - 4p_A + p_B) = (p_A - 1)(10 - 4p_A + p_B)$,
$\Pi_B(p_A, p_B) = (p_B - 1)(10 - 4p_B + p_A)$ など、これらと数学的に同値ならよい。

（注：ここで、$\Pi_A(p_A, p_B) = p_A(10 - 4p_A + p_B) - q_A$ などと書いてしまうと、 q_A があたかも定数のように思えてこの後がまったくできなくなるので注意。全て p_A と p_B の関数として明記せよというのが設問の意図だった。
せめて売り上げ引く費用だから $p_A \cdot d_A(p_A, p_B) - 1 \cdot d_A(p_A, p_B)$ と書いてみれば、正解にたどり着けたはず。記号の意味を考え、式を立てることができるように。）

(b) 企業 A の最適反応を求める。$\Pi_A(p_A, p_B)$ は p_A に関して上に凸な関数なので一階の条件でよい。

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \Pi_A}{\partial p_A} = (10 - 4p_A + p_B) - 4(p_A - 1) = 0 \\
\iff &8p_A = 10 + p_B + 4 \\
\iff &p_A = \frac{1}{8}(14 + p_B).
\end{aligned}$$

企業 B も同様に

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \Pi_B}{\partial p_B} = (10 - 4p_B + p_A) - 4(p_B - 1) = 0 \\
\iff &p_B = \frac{1}{8}(14 + p_A).
\end{aligned}$$

これらを同時に満たす (p_A^*, p_B^*) がベルトラン均衡の価格の組み合わせである。p_B の式を p_A の式に代入して

$$p_A^* = \frac{1}{8}\{14 + \frac{1}{8}(14 + p_A^*)\} \iff (1 - \frac{1}{64})p_A^* = \frac{14 \cdot 8 + 14}{64} \iff p_A^* = \frac{126}{63} = 2.$$

$$p_B^* = \frac{1}{8}(14 + 2) = 2.$$

企業 A の利潤は

$$\Pi_A^* = \Pi_A(2, 2) = (2 - 1)(10 - 4 \cdot 2 + 2) = 4.$$

企業 B の利潤も

$$\Pi_B^* = \Pi_B(2, 2) = (2 - 1)(10 - 4 \cdot 2 + 2) = 4.$$

(c) $\hat{\Pi}_A(p_A, p_B) = (p_A - 1)(10 - p_A + 3p_B) - 80.$

(d) 企業 B の最適反応は同じなので、企業 A の新しい最適反応だけを求める。

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \hat{\Pi}_A}{\partial p_A} = (10 - p_A + 3p_B) - (p_A - 1) = 0 \\
\iff &2p_A = 10 + 3p_B + 1 \\
\iff &p_A = \frac{1}{2}(11 + 3p_B).
\end{aligned}$$

これに $p_B = \frac{1}{8}(14 + p_A)$ を代入して

$$\hat{p}_A = \frac{1}{2}\{11 + 3 \cdot \frac{1}{8}(14 + \hat{p}_A)\} \iff (1 - \frac{3}{16})\hat{p}_A = \frac{88 + 3 \cdot 14}{16} \iff \hat{p}_A = 10.$$

$$\hat{p}_B = \frac{1}{8}(14 + 10) = 3.$$

新しい均衡における企業 A の利潤は $\hat{\Pi}_A(10, 3) = (10 - 1)(10 - 10 + 3 \cdot 3) - 80 = 1$。

(e) (d) よりデザインを変更したあとの利潤が 1 なので、(b) で求めた利潤 4 と比べると、デザインを変更しない方がよい。固定費用が過大だからである。

3. (a) 単記投票：X に投票する人が 20 人、Y に投票する人が 19 人なので X が選ばれる。
得点方式：X の得点は $3 \times 20 = 60$ 点。
Y の得点は $3 \times 19 + 2 \times 10 + 1 \times 10 = 87$ 点。
Z の得点は $2 \times 20 + 1 \times 19 = 59$ 点。
W の得点は $2 \times 19 + 1 \times 10 = 28$ 点。ゆえに Y が選ばれる。（得点の計算をまちがっていたら減点。）

(b) K さんの各くじからの期待効用は

$$\begin{aligned} Eu_K(Q) &= 0.2 \times 9 + 0.8 \times 4 = 5 \\ Eu_K(R) &= 16r + 4(1 - r) \end{aligned}$$

W さんの各くじからの期待効用は

$$\begin{aligned} Eu_W(Q) &= 0.2 \times \sqrt{9} + 0.8 \times \sqrt{4} = 2.2 \\ Eu_W(R) &= 4r + 2(1 - r) \end{aligned}$$

K さんがくじ Q よりくじ R を厳密に好む条件は

$$16r + 4(1 - r) > 5 \iff r > \frac{1}{12}.$$

W さんがくじ Q よりくじ R を厳密に好む条件は

$$4r + 2(1 - r) > 2.2 \iff r > \frac{1}{10} = 0.1.$$

$1/10 > 1/12$ より、二人ともくじ Q よりくじ R を厳密に好む r の範囲は

$$r > \frac{1}{10} = 0.1.$$