

2017年度 ミクロ経済学初級II 第2回演習(自宅学習用)

Takako Fujiwara-Greve

- 答案は提出しなくていいです。11月30日の講義で解答解説を行いますので、それまでにやっておきましょう。お話はすべてフィクションです。
- 私のウェブサイト (<http://web.econ.keio.ac.jp/staff/takakofg/>) に過去の演習がたくさんありますから、できるものはどんどんやっておきましょう。

2財(第1財は労働/余暇、第2財は食料)、1消費者、2企業(A企業、B企業)の経済を考える。両企業は第1財を投入し、第2財を生産する。

消費者の初期保有ベクトルは $\omega = (20, 0)$ 、第1財を x_1 単位、第2財を x_2 単位消費したときの効用を $u(x_1, x_2) = x_1 \times x_2$ とする。この消費者が両企業を所有しており、それらの利潤全てを受け取る。企業Aの生産技術は

$$Y^A := \{(y_1^A, y_2^A) \mid y_2^A \leq \sqrt{-y_1^A}\}$$

で表される集合内のベクトルが生産可能であるとする。企業Bの生産技術は企業Aの生産量 $y_2^A (\geq 0)$ に外部性を受けてしまい、

$$Y^B := \{(y_1^B, y_2^B) \mid y_2^B \leq \sqrt{-y_1^B} - \frac{1}{2}y_2^A\}$$

で表される。以下計算の便利のため、各企業の投入量の変数として非負の変数 $z_1^A = -y_1^A (\geq 0)$ と $z_1^B = -y_1^B (\geq 0)$ を使う。

1. 効率的な配分は、ただ一人の消費者の効用水準を最大にするような配分を実現可能な配分の中から求めればよい。このとき、生産した財を余らせることは消費者の効用を下げるので、各企業は Y^k の集合のふちで生産することになる。そこで、

$$\begin{aligned} & \max_{z_1^A, y_2^A, z_1^B, y_2^B} x_1 \times x_2 \\ & \text{subject to } x_1 = 20 - z_1^A - z_1^B \\ & \quad x_2 = y_2^A + y_2^B \\ & \quad y_2^A = \sqrt{z_1^A} \\ & \quad y_2^B = \sqrt{z_1^B} - \frac{1}{2}y_2^A \end{aligned}$$

という制約条件付き最大化問題を解いて、効率的な配分 $((x_1^o, x_2^o), (y_1^{Ao}, y_2^{Ao}), (y_1^{Bo}, y_2^{Bo}))$ を求めなさい。(上付き添字 o は optimal のこと。最後に z_1^k を負の y_1^k に戻してやる。)

2. 第1財の価格を1に固定して、第2財の価格を p_2 とおく。このときの競争配分を以下の手順で求めなさい。

- (a) まず各企業の利潤最大化の解を求める。(こちらを先に計算しないと消費者の所得が求まらない。)

企業Aの利潤は投入量 $z_1^A (\geq 0)$ の関数として

$$\Pi_A(z_1^A) = p_2 \cdot \sqrt{z_1^A} - z_1^A$$

と書けるので、これを最大にする z_1^{A*} を p_2 の関数として求めなさい。またこのときの最大利潤 $\Pi_A(z_1^{A*})$ と生産量 $y_2^{A*} = \sqrt{z_1^{A*}}$ も p_2 の関数として求めなさい。

(裏に続く)

- (b) 企業 B は企業 A の生産量は動かさないので、あたかも定数のように考え、その利潤は投入量 $z_1^B (\geq 0)$ の関数として

$$\Pi_B(z_1^B, y_2^{A*}) = p_2 \cdot \left\{ \sqrt{z_1^B} - \frac{1}{2} y_2^{A*} \right\} - z_1^B$$

と書ける。これを最大にする z_1^{B*} を p_2 の関数として求めなさい。またこのときの最大利潤 $\Pi_B(z_1^{B*}, y_2^{A*})$ と生産量 $y_2^{B*} = \sqrt{z_1^{B*}} - \frac{1}{2} y_2^{A*}$ も p_2 の関数として求めなさい。

- (c) 消費者の所得は初期保有を売った 1×20 と 2 企業の利潤の合計となる。ゆえに予算制約の下での効用最大化問題は

$$\begin{aligned} & \max_{x_1, x_2} x_1 \times x_2 \\ & \text{subject to } 1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 = 1 \cdot 20 + \Pi_A(z_1^{A*}) + \Pi_B(z_1^{B*}, y_2^{A*}) \end{aligned}$$

となる。この解 (x_1^*, x_2^*) を p_2 の関数として求めなさい。

- (d) 第 1 財市場の需給一致条件

$$x_1^* = 20 - z_1^{A*} - z_1^{B*}$$

より、第 2 財の競争均衡価格 p_2^* を求めなさい。

- (e) (おまけ：計算機を使っていいので) 競争配分における消費者の効用水準と 1 番で求めた効率的配分における消費者効用水準を比較しなさい。(ここまでたいへんな計算は試験には出ません。)