2014年度　ミクロ経済学初級II 期末試験 (60分)

グレーヴァ香子

- 試験時間は60分なので、途中 (50分) でベルがなっても気にしないこと。
- A4 サイズの紙１枚のみ持ち込み可。表裏ともに何を書いて来てもいいが、切り貼りしたものは不可。コピー可。
- 以下の全ての問題に答えること。解答は問題順でなくてもよいが、
どの問題に答えているのかを明記すること。（お話はすべてフィクションです。）
- 途中点があるので、論理の過程を書くこと。全く理由がない場合、答えの数値が正しくても満点ではない。分数やルートを無理して簡単にする必要はないが、簡単に約分できるものはしてくれると助かる。
- この問題冊子は表紙を合わせて４ページ（表裏）あり、２ページ目と３ページ目に問題が印刷されている。乱丁落丁があったら、黙って手をあげて交換してもらうこと。

1. ２財、１企業、２消費者 (A さん、B さん）の私的所有経済を考える。第１財は労働／余暇で、価格を１に基準化しておく。第２財は食料で、労働を使用して生産する。企業の生産技術は第１財の量を y_1（負)、第２財の量を y_2（正）としたとき、

$$f(y_1, y_2) = y_2 - 40\sqrt{(-y_1)} \leqq 0$$

の範囲の (y_1, y_2) が生産可能である。第２財の１単位あたりの価格（線形価格）を p とすると、企業の利潤は、ぎりぎりまで生産するとして、

$$\Pi(y_1, y_2) = 1 \cdot y_1 + p \cdot y_2 = y_1 + 40p\sqrt{(-y_1)}$$

としてよい。（以下、$z_1 = -y_1$ とおいて、正の値をとる変数を使ってもよい。）すべての経済主体はプライステイカーであるとする。

消費者 A さんは第１財を x_1^A 単位、第２財を x_2^A 単位消費したとき、

$$u_A(x_1^A, x_2^A) = x_1^A \cdot x_2^A$$

という効用を得る。初期保有ベクトルは $\boldsymbol{\omega}^A = (12, 0)$ で、企業の利潤に対する請求権は $\theta_A = 1/2$ である。

消費者 B さんは第１財を x_1^B 単位、第２財を x_2^B 単位消費したとき、

$$u_B(x_1^B, x_2^B) = 2 \cdot x_1^B \cdot x_2^B$$

という効用を得る。初期保有ベクトルは $\boldsymbol{\omega}^B = (12, 0)$ で、企業の利潤に対する請求権は $\theta_B = 1/2$ である。

(a) 企業の利潤を最大にする第１財の投入量 $-y_1^*(= z_1^*)$、第２財の生産量 y_2^* および、そのときの利潤 $\Pi(y_1^*, y_2^*)$ を全て p の関数として求めなさい。

(b) A さんと B さんの予算制約式を等号で書きなさい。

(c) A さんが予算制約の下で効用を最大にしたときの第１財と第２財の需要量 x_1^{*A}, x_2^{*A} を p の関数として求めなさい。

(d) B さんが予算制約の下で効用を最大にしたときの第１財と第２財の需要量 x_1^{*B}, x_2^{*B} を p の関数として求めなさい。

(e) 競争均衡価格ベクトル $(1, p^*)$ と競争配分 $((x_1^{*A}, x_2^{*A}), (x_1^{*B}, x_2^{*B}), (y_1^*, y_2^*))$ を求めなさい。

2. ３企業 X, Y, Z が順番に生産量を決めるという数量競争をしている寡占市場を考える。３企業の製品は完全代替財であり、市場価格（線形価格）は企業 X の生産量が Q_X、企業 Y の生産量が Q_Y、企業 Z の生産量が Q_Z であるとき

$$P(Q_X, Q_Y, Q_Z) = 40 - (Q_X + Q_Y + Q_Z)$$

で決まるとする。各企業の総費用関数は

$$TC_X(Q_X) = 10\ Q_X,\quad TC_Y(Q_Y) = 10\ Q_Y,\quad TC_Z(Q_Z) = 8\ Q_Z$$

であるとする。まず企業 X が生産量 Q_X を決め、それを見てから企業 Y が生産量 Q_Y を決め、それらを見てから企業 Z が生産量 Q_Z を決める。

この市場で、各企業が利潤を最大にしようと合理的に行動するとき、最も妥当な考え方は、シュタッケルベルク均衡を応用したものである。即ち、企業Ｚは他の２社の生産量の組み合わせ (Q_X, Q_Y) を所与として Q_Z を動かして利潤を最大にする。これを知っている企業Ｙは、企業Ｚの最適反応（反応曲線を表す式）を考慮に入れて、しかし企業Ｘの生産量 Q_X は所与として、Q_Y を動かして利潤を最大にする。企業Ｘはこれらを踏まえて、他の２社の最適反応を考慮に入れて Q_X を動かして利潤を最大にする。

以上の論理によって求められる３社の生産量の組み合わせ (Q_X^*, Q_Y^*, Q_Z^*) を以下の手順で求めなさい。

(a) (Q_X, Q_Y) を見た後で企業Ｚが選ぶ（Ｚの利潤を最大にする）最適な生産量を (Q_X, Q_Y) の関数として求めなさい。

(b) Q_X を見た後、企業Ｚの生産量を (a) で予測して、企業Ｙが自社の利潤を最大にするように選ぶ生産量を Q_X の関数として求めなさい。また、企業Ｙがこの最適な生産量を選ぶとき、企業Ｚの (a) で求めた生産量を Q_X だけの関数にしなさい。

(c) (b) を踏まえて企業Ｘが自社の利潤を最大にするように選ぶ生産量 Q_X^* を求めなさい。

(d) 企業Ｘが Q_X^* を生産するときの企業ＹとＺの「均衡生産量」Q_Y^* と Q_Z^* を求めなさい。

3. （私立）学校の選択はある意味くじを買うようなものである。A 高校に行くと、３年間で授業料が T 万円かかるが、付属の A 大学に確実に進学できるとする。A 大学に進学できることの価値を 3700 万円とする。これらの金額についての、ある人の von Neumann-Morgenstern 効用関数を $\underline{x\text{ を確実にもらうとき}}$ $u(x) = \sqrt{x}$ であるとすると、A 高校に行くことの効用は、「T 万円を払った後で A 大学に行く」ことが確率１で起こると考えて、$U(A) = 1 \cdot u(3700 - T) = \sqrt{3700 - T}$ と表せる。

B 高校には付属の大学がないので、こちらはくじのようになっている。確率 0.5 で B 高校からも A 大学に合格し、価値 3700 万円を得ることができる。確率 x $(0 \leqq x \leqq 0.5)$ で A 大学よりもよい C 大学にも合格することができ、そのときの価値は 5000 万円とする。しかし確率 $0.5 - x$ でこれらより低い D 大学になってしまうこともあり、そのときの価値は 1000 万円であるとする。（簡単化のため、この３つのどれかになるとする。）B 高校の３年間の授業料は 100 万円であるとする。

(a) B 高校に行ったときの効用を、100 万円は確実に支払うが、結果が３通りのくじからの期待効用として

$$U(B) = \sum_{i \in \{A,C,D\}} p_i \cdot u(x_i) = \sum_{i \in \{A,C,D\}} p_i \sqrt{x_i}$$

のような形で書きなさい。ここで、p_i は大学 i に行く確率、x_i はそのときの純価値（大学 i の価値から B 高校の授業料をひいたもの）である。

(b) $x = 0$ である（つまり、もとから A 大学より上の大学には受かりそうもない）とき、A 高校が３年間で 100 万円より高い授業料 $T > 100$ を設定しても、この人は B 高校より A 高校を選好する、すなわち $U(A) > U(B)$ となることがあることを証明しなさい。

(c) A 高校が授業料を B 高校の 12 倍の $T = 1200$ 万円としても、B 高校より A 高校を弱く選好する、すなわち $U(A) \geqq U(B)$ となるような x の上限を求めなさい。

以下余白：計算用紙として使用してよい。