

2010年度 ミクロ経済学初級II 第3回演習解答

グレーヴァ香子担当クラス

1. (a) 洋食 > 和食 (AさんとCさんが洋食に投票。)
 - (b) 中華 > 洋食 (BさんとCさんが中華に投票。)
 - (c) 和食 > 中華 (AさんとBさんが和食に投票。)
 - (d) そのような店はない。
 このように、各個人は推移律を満たす選好を持っているのに、投票によって社会的な順序付けをしようとする、推移律を満たさなくなる現象を投票のパラドックスと言う。
 - (e) 洋食を選ばせるには(b)の投票結果を逆転させなくてはならないが、(b)ではすでにAさんだけが洋食に投票しているので、うそをついても逆転させることはできない。したがって洋食を選ぶようにはできない。
 しかし、第2希望の和食にすることはできる。(a)のときAさんが和食に投票すれば結果が逆転して、(c)と合わせて、和食が社会的にトップになる。
 - (f) 投票の順番が大切とか、投票による社会的選択は難しいとか、うそをつくとうまくいく場合とそうでない場合があるとか。社会的選択理論では、これらをもっと深くやります。
2. (a) いろいろな方法があるが、制約条件付き最小化として、ラグランジェ関数 $\mathcal{L} = 25z_2 + 9z_3 + \lambda\{y_1 - \sqrt{z_2 z_3}\}$ を作って一階の条件を求める。

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_2} &= 25 - \frac{\lambda \sqrt{z_3}}{2\sqrt{z_2}} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_3} &= 9 - \frac{\lambda \sqrt{z_2}}{2\sqrt{z_3}} = 0\end{aligned}$$

より、

$$\lambda = \frac{2 \times 25 \sqrt{z_2}}{\sqrt{z_3}} = \frac{2 \times 9 \sqrt{z_3}}{\sqrt{z_2}} \iff z_2 = \frac{9}{25} z_3.$$

ちょうど y_1 単位生産するには、 $y_1 = \sqrt{z_2 z_3} = \sqrt{\frac{9}{25} z_3 z_3} = \frac{3}{5} z_3$ より、第3財は $z_3^* = \frac{5}{3} y_1$ 単位、第2財は $z_2^* = \frac{9}{25} \times \frac{5}{3} y_1 = \frac{3}{5} y_1$ 単位使用するのが費用が最小になる。
 このときの総費用は

$$TC(y_1) = 25z_2^* + 9z_3^* = 25 \times \frac{3}{5} y_1 + 9 \times \frac{5}{3} y_1 = 30y_1$$

(b) 独占なので、利潤は

$$\Pi(y_1) = P(y_1)y_1 - TC(y_1) = (330 - 100\sqrt{y_1})y_1 - 30y_1$$

となる。一階の条件は

$$\Pi'(y_1) = 330 - 100 \times \frac{3}{2} \sqrt{y_1} - 30 = 0 \iff y_1^M = 4$$

$\Pi'(y_1)$ が y_1 について減少関数なので 利潤 $\Pi(y_1)$ は上に凸な関数であることがわかり、一階の条件を満たす生産量 y_1^M で最大になる。これが独占生産量である。このときの価格は

$$p^M = 330 - 100\sqrt{4} = 130.$$

(c) ここからは計算が難しくしてある。対称ゲームなので対称な均衡があることがポイント。

i.

$$\Pi^A(y_1^A, y_1^B) = (330 - 100\sqrt{y_1^A + y_1^B})y_1^A - 30y_1^A$$

を y_1^A を動かして最大化する。一階の条件は、

$$\frac{\partial \Pi^A}{\partial y_1^A} = 330 - 100\left(\frac{y_1^A}{2\sqrt{y_1^A + y_1^B}} + \sqrt{y_1^A + y_1^B}\right) - 30 = 0$$

である。

ii. 同様に、一階の条件は

$$\frac{\partial \Pi^B}{\partial y_1^B} = 330 - 100\left(\frac{y_1^B}{2\sqrt{y_1^A + y_1^B}} + \sqrt{y_1^A + y_1^B}\right) - 30 = 0$$

である。

iii. 連立方程式を解くにはいろいろな方法があるが、 $Y = y_1^A + y_1^B$ とおくとやりやすい。i より

$$\frac{y_1^A}{2\sqrt{Y}} + \sqrt{Y} = 3$$

かつ ii より

$$\frac{y_1^B}{2\sqrt{Y}} + \sqrt{Y} = 3$$

であるので、辺々を足し合わせて、両辺に $2\sqrt{Y}$ をかけて整理すると

$$\frac{Y}{2\sqrt{Y}} + 2\sqrt{Y} = 6 \iff 25Y^2 = 144Y$$

ゆえに意味のある解は $Y = y_1^A + y_1^B = \frac{144}{25}$ である。(ちなみにこの方法は必要十分条件を求めているわけではないので、余計な「解」が出てきてしまうのである。) 45 度線について対称な反応曲線の交点であるから、

$$(y_1^A, y_1^B) = \left(\frac{72}{25}, \frac{72}{25}\right)$$

がクールノー均衡の生産量の組み合わせとなる。このときの価格は 90 である。

3. (a) $40x + 2000 + m = 30,000$

(b) 一つのやり方は x と m を変数としてラグランジュ乗数法を使うことである。

$\mathcal{L} = 400\sqrt{x} + m + \lambda(30,000 - 20x - 4000 - m)$ として一階の条件を出すと、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} &= 400\frac{1}{2\sqrt{x}} - 20\lambda = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m} &= 1 - \lambda = 0 \end{aligned}$$

であるから最適な x^* は

$$400\frac{1}{2\sqrt{x}} = 20 \iff x^* = 100$$

このときの総支払い金額は $20 \times 100 + 4000 = 6,000$ 円で残りが $m = 24,000$ となり、効用は

$$u(100, 24,000) = 400\sqrt{100} + 24,000 = 28,000$$

である。

- (c) もう一つの方法は $m = 30,000 - 40x - 2000$ として $u(x, m)$ に代入して x だけの関数にし最大化するものである。 $u(x, m(x)) = 400\sqrt{x} + (30,000 - 40x - 2000)$ とすると、これは上に凸の関数なので x で微分して

$$400 \frac{1}{2\sqrt{x}} - 40 = 0 \iff x^{**} = 25$$

が効用を最大にする利用時間である。このときの総支払い額は $40 \times 25 + 2000 = 3000$ 円で、 $m = 27,000$ 円である。効用は

$$u(25, 27,000) = 400\sqrt{25} + 27,000 = 29,000$$

である。

- (d) 上記の分析から携帯電話を持たないのが最適である。