

2009年度 ミクロ経済学初級II 第2回演習(30分)

グレーヴァ香子担当クラス

用語の定義や計算方法はノートを見ていいです。
お友達に相談しないで、自分でやりましょう。
白紙で出さないように。自分のためですから、とにかく挑戦しましょう。

1. 3人の消費者 A,B,C だけがいる純粋交換経済を考える。財は2つで第1財と第2財とする。AさんとCさんの間にBさんの家があり、Bさんの第1財の消費量が両隣の二人の効用に外部性を及ぼしてしまうとする。ここでは、効率的な配分の条件を求めるので、社会全体で第1財が ω_1 単位、第2財が ω_2 単位存在することだけを仮定しておく。(誰がどれだけ持っているかは重要でない。) 3人の効用関数は、 i さんの第 j 財の消費量を x_j^i と書くと、

$$u_A(x_1^A, x_2^A, x_1^B), \quad u_B(x_1^B, x_2^B), \quad u_C(x_1^C, x_2^C, x_1^B)$$

と表現できるとする。各財の実現可能性条件は

$$x_1^A + x_1^B + x_1^C = \omega_1, \quad x_2^A + x_2^B + x_2^C = \omega_2$$

となる。(余らせることは考えなくてよい。)

BさんとCさんの効用をそれぞれ $\bar{u}_B, \bar{u}_C$ という値にするという制約条件と実現可能性条件のもとで、Aさんの効用を最大にして、効率的な配分が満たすべき条件を考えよう。ラグランジェ関数を

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & u_A(x_1^A, x_2^A, x_1^B) + \alpha(\bar{u}_B - u_B(x_1^B, x_2^B)) + \beta(\bar{u}_C - u_C(x_1^C, x_2^C, x_1^B)) \\ & + \gamma(\omega_1 - x_1^A - x_1^B - x_1^C) + \delta(\omega_2 - x_2^A - x_2^B - x_2^C) \end{aligned}$$

とする。

- (a) 変数 $x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B, x_1^C, x_2^C$ でそれぞれ $\mathcal{L}$ を微分した1階の条件式を6本作りなさい。 i さんの効用関数を第 n 変数で微分したものを u_{in} と書くとする。 $(\bar{u}_B, \bar{u}_C$ は定数であることに注意。)
- (b) (a)で求めた連立方程式群から、ラグランジェ乗数 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ をうまく消去して、各消費者の私的限界代替率

$$\frac{u_{A1}}{u_{A2}}, \quad \frac{u_{B1}}{u_{B2}}, \quad \frac{u_{C1}}{u_{C2}}$$

と、Bさんの及ぼす外部性による変化分

$$\frac{u_{A3}}{u_{A2}}, \quad \frac{u_{C3}}{u_{C2}}$$

の関係式を導きなさい。(ヒント：講義でやった2社モデルの条件と似たようなものになるはず。)

(裏に続く。)

2. 1 人の消費者と 1 社の生産者がある経済を考える。生産者は第 1 財を使用して第 2 財を生産する。第 1 財を $-y_1$ 単位投入すると第 2 財が最大で $2\sqrt{-y_1}$ 単位生産できる技術を持っているとする。しかし、この生産活動が消費者の効用に外部性を及ぼし、消費者の第 j 財の消費量を x_j と書くと、効用関数は

$$u(x_1, x_2, y_1) = x_1 \times (x_2)^2 - 24(-y_1)$$

という形をしているとする。初期保有ベクトルは $\omega = (24, 0)$ であるとする。 $-y_1$ の形では計算しにくいと思うので、今後は非負の変数 $z_1 = -y_1$ を投入量そのものとして用いる。実現可能性条件は、第 1 財が $x_1 = 24 - z_1$ 、第 2 財は $x_2 = 2\sqrt{z_1}$ となる。

- (a) 上記の実現可能性条件式 2 つを制約条件として、消費者の効用 $x_1 \times (x_2)^2 - 24z_1$ を最大にするような z_1 を求めなさい。
- (b) もし、外部性が存在しないとしたら、同じ実現可能性条件の下で、消費者の効用 $x_1 \times (x_2)^2$ を最大にすればよい。このときの z_1 を求めて、(a) の結果と比較し、どうしてそうなるかを説明しなさい。